❶ LA POUSSÉE ARCHIMÈDE

➢ *L'origine de la poussée d'Archimède*

Tout objet plongé dans un fluide (liquide ou gaz) subit de la part de ce fluide des actions mécaniques qui agissent sur sa surface en contact avec le fluide. Ces actions sont modélisées par des forces pressantes $\vec{F}$ dont la valeur F augmente avec la pression P du fluide (F = ……………….) .

Par ailleurs, d'après la loi fondamentale de la statique des fluides :

$$P_A - P_B =$$

La pression P exercée par un fluide augmente avec la profondeur d'immersion.

Les forces pressantes étant plus importantes sur le bas de l'objet que sur le haut, il en résulte une action mécanique modélisée par une force verticale et orientée vers le haut : la poussée d'Archimède $\vec{\pi}$.

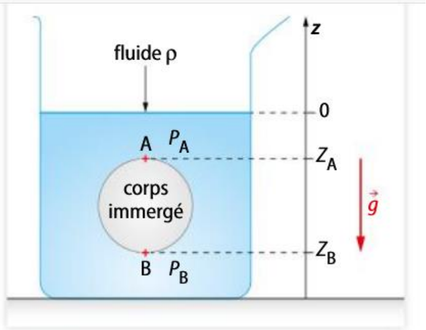


FIG. 1 $z_B < z_A$ donc $P_B > P_A$.

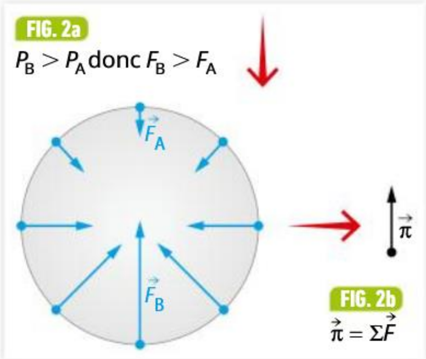


FIG. 2 Modélisation de la poussée d'Archimède.

➢ *Expression vectorielle de la poussée d'Archimède*

Tout corps immergé, tout ou en partie, dans un fluide, subit de la part du fluide des actions mécaniques modélisées par une **force verticale**, dirigée **vers le haut** de **valeur égale au poids du volume de fluide déplacé** (FIG. 3).

L'expression de cette force nommée **poussée d'Archimède** $\vec{\pi}$ est :

poussée d'Archimède de valeur π (**N**)

masse volumique du fluide (**kg · m⁻³**)

$\vec{\pi} =$

champ de pesanteur terrestre d'intensité *g* (**N · kg⁻¹** ou **m · s⁻²**)

masse du fluide déplacé (**kg**) volume du fluide déplacé (**m³**)

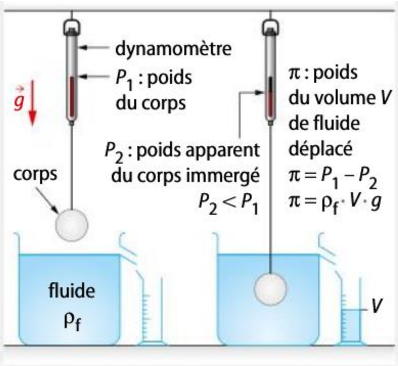


FIG. 3 La poussée d'Archimède $\vec{\pi}$ est responsable du poids apparent $\vec{P}_2$ du corps immergé dans le fluide.

➢ *Comment exploiter l'expression de la poussée d'Archimède ?*

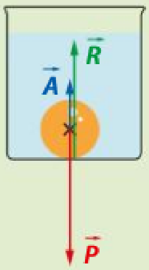
La poussée d'Archimède $\vec{\pi}$ a la même direction que le champ de pesanteur $\vec{g}$ mais est de sens opposée. Sa valeur dépend du volume V du corps immergé et de la masse volumique ρ_f du fluide.

Plus le corps immergé est volumineux et/ou plus le fluide est dense et plus la valeur de la poussée d'Archimède est grande

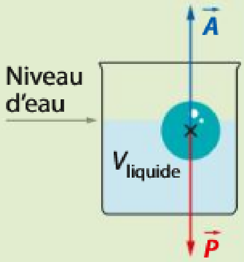
- Si le solide **coule** alors $P > A$ et comme $V_{solide} = V_{liquide}$, alors $\rho_{solide} > \rho_{liquide}$.

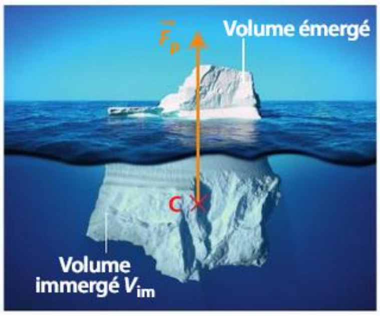
- Si le solide **flotte** alors $P = A$ donc $\rho_{solide} \times V_{solide} = V_{liquide} \times V_{liquide}$ en négligeant la poussée d'Archimède due à l'air. $V_{solide} > V_{liquide}$ dont $\rho_{solide} < \rho_{liquide}$

Solide qui a coulé :
$\vec{P} + \vec{A} + \vec{R} = \vec{0}$



Solide qui flotte :
$\vec{P} + \vec{A} = \vec{0}$
avec
$\vec{A} = \vec{A}_{liquide} + \vec{A}_{air} \approx \vec{A}_{liquide}$





> La poussée d'Archimède exercée par l'eau s'applique au centre de masse C de la partie immergée de l'iceberg.

.

2 FLUIDE EN ÉCOULEMENT

Le régime permanent d'écoulement d'un fluide

L'écoulement d'un fluide est modélisé par des lignes de courant. Ces lignes représentent les trajectoires des particules du fluide en mouvement.

On dit qu'un fluide s'écoule en régime permanent (ou stationnaire) lorsque les lignes de courant n'évoluent pas au cours du temps : la vitesse v en un point quelconque du fluide conserve alors les mêmes caractéristiques au cours du temps.

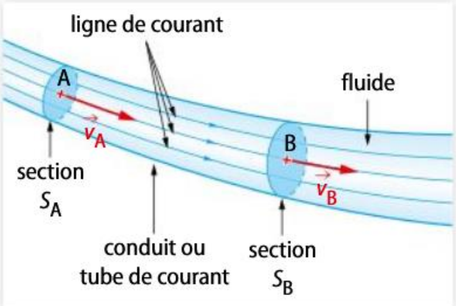


FIG. 4 Modélisation de l'écoulement d'un fluide incompressible.

Débit volumique et vitesse

En régime permanent, indépendant du temps, lorsqu'un volume V de fluide s'écoule au travers d'une section pendant une durée Δt, le débit volumique D_v est donné par :

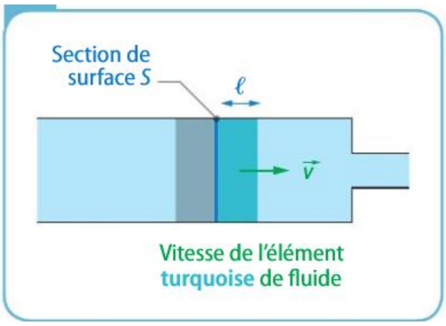
D_v en $m^3 \cdot s^{-1}$ → $D_v =$

Pendant une durée Δt, le fluide que traverse une section de surface S parcourt, dans le tube qui le contient, la distance l, avec une vitesse de valeur v. Le volume de fluide écoulé à travers cette section est : V = S x l.

On en déduit : $D_v = \dfrac{V}{\Delta t} = \dfrac{S \times \ell}{\Delta t} = S \times v$

Le débit volumique D_v est égal au **produit de la surface *S*** de la section du tube traversée par le fluide, **par la valeur *v* de la vitesse** du fluide au niveau de cette section :

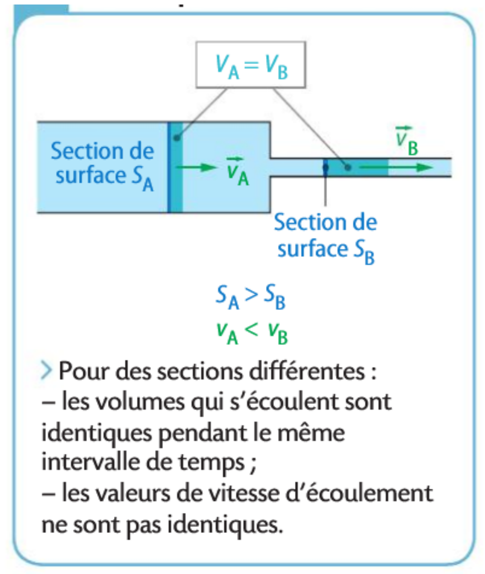
D_v en $m^3 \cdot s^{-1}$ →
S en m^2
v en $m \cdot s^{-1}$



- ***Conservation du débit volumique***

Lors de l'écoulement d'un fluide incompressible en régime permanent, il n'y a pas de perte de matière.

En régime permanent, il y a conservation du débit volumique D_v d'un fluide incompressible le long d'un écoulement donc en tous les points A et B d'un écoulement, on a $D_v(A) = D_v(B)$, soit :



On en déduit ainsi que la vitesse du fluide augmente lorsque la section du conduit rétrécie.

❸ LA RELATION DE BERNOULLI ET SES CONSÉQUENCES

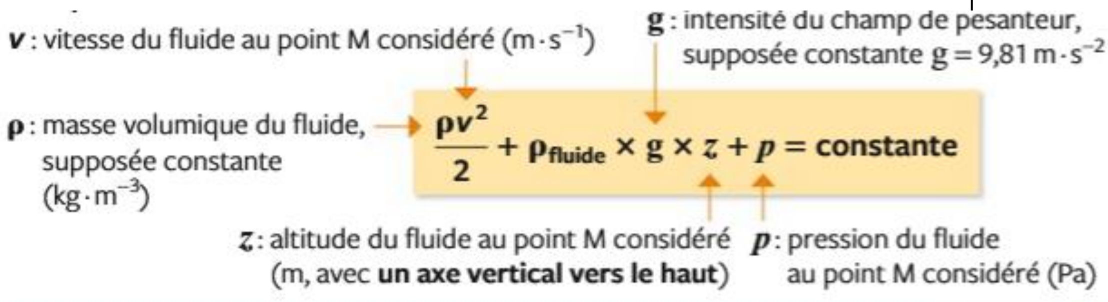
- ***La relation de Bernoulli***

Capsule vidéo :

[Relation de Bernoulli]

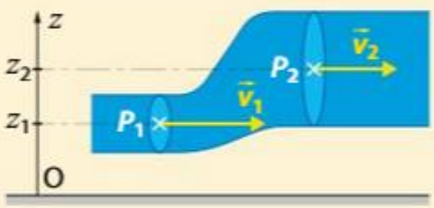
Pour l'écoulement d'un fluide incompressible en régime permanent et sans frottement, la relation de Bernoulli modélise les évolutions de la pression P, de la vitesse v et de l'altitude z le long d'une ligne de courant dans un fluide de masse volumique ρ dans le champ de pesanteur $\vec{g}$.

Avec un axe (Oz) vertical vers le haut, la relation de Bernoulli permet d'écrire en tout point du fluide :



Ainsi, dans la conduite suivante, la relation de Bernoulli s'écrit :

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g z_1 + P_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g z_2 + P_2$$



Cette relation permet d'interpréter le comportement des fluides dans de nombreux domaines : les écoulements sanguins en médecine, le mouvement des masses d'air en géophysique, les flux d'air en aéronautique, les écoulements de l'eau dans les réseaux d'alimentation.

Remarques :

Si le fluide est au repos dans le référentiel terrestre, on retrouver ainsi la loi fondamentale de la statique des fluides.

La démonstration de la relation de Bernoulli repose sur l'écriture de la variation de l'énergie mécanique d'un élément de fluide qui est égale au travail des forces pressantes qui sont les seules forces non conservatives :

$$\Delta\mathscr{E}_{m_{A\to B}} = \mathscr{E}_{m_B} - \mathscr{E}_{m_A} = W_{A\to B}(\vec{F})$$

$$\text{d'où } \left(\frac{1}{2}m\times v_B^2 + m\times g\times z_B\right) - \left(\frac{1}{2}m\times v_A^2 + m\times g\times z_A\right) = P_A\times V_A - P_B\times V_B$$

$$\left(\frac{1}{2}m\times v_B^2 + m\times g\times z_B + P_B\times V_B\right) - \left(\frac{1}{2}m\times v_A^2 + m\times g\times z_A + P_A\times V_A\right) = 0$$

$$\text{soit } \frac{1}{2}m\times v^2 + m\times g\times z + P\times V = \text{constante le long d'une ligne de courant.}$$

Exemple d'application de la relation de Bernoulli :

La vitesse de l'eau en sortie du robinet d'une installation domestique alimentée par un château peut être estimée à partir de relation de Bernoulli (FIG. 9) :

$P_A + \frac{1}{2}\rho\cdot v_A^2 + \rho\cdot g\cdot z_A = P_B + \frac{1}{2}\rho\cdot v_B^2 + \rho\cdot g\cdot z_B$ s'écrit dans ce cas

$P_{atm} + \rho\cdot g\cdot z_A = P_{atm} + \frac{1}{2}\rho\cdot v_B^2$. Après simplification il vient $v_B = \sqrt{2\cdot g\cdot h}$.

Pour une hauteur h = 10 m alors $v_B = \sqrt{2\times 9{,}8\times 10} = 14\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

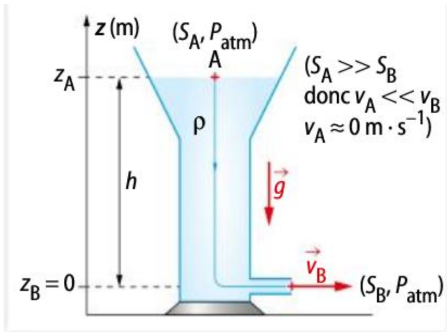


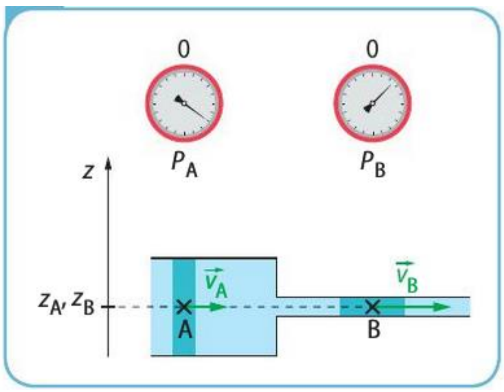
FIG. 9 La vitesse v_B de l'eau du robinet dépend de la hauteur d'eau h dans le château.

- ***Effet Venturi***

Dans le cas d'une conduite horizontale de section S_A possédant un étranglement de section S_B, une ………………………………… est observée au niveau de l'étranglement : c'est l'effet …………………………………………..

En effet, dans le cas du schéma ci-contre, la surface S du tube diminue de A en B. Le débit volumique est conservé donc la valeur de la vitesse augmente entre les positions A et B.

D'après la relation de Bernoulli :



$$\frac{1}{2}\rho\times v_A^2 + \rho\times g\times z_A + P_A = \frac{1}{2}\rho\times v_B^2 + \rho\times g\times z_B + P_B$$

Or ici $z_A = z_B$, la relation devient donc : $\frac{1}{2}\rho\times v_A^2 + P_A = \frac{1}{2}\rho\times v_B^2 + P_B$.

La dépression est d'autant plus importante que la section diminue donc que le fluide accélère au niveau de l'étranglement.

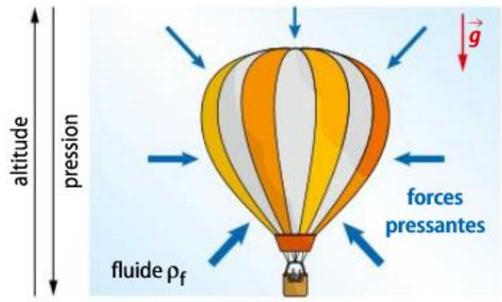
AS-TU BIEN COMPRIS ?

QCM p 285

L'ESSENTIEL

1 La poussée d'Archimède

Origine



Modélisation

Expression

$$\vec{\pi} = -\rho_f \cdot V \cdot \vec{g}$$

- **poussée d'Archimède** de valeur π (**N**)
- volume du fluide déplacé (**m^3**)
- champ de pesanteur terrestre d'intensité g (**N · kg^{-1}** ou **m · s^{-2}**)
- masse volumique du fluide (**kg · m^{-3}**)

2 Écoulement d'un fluide incompressible

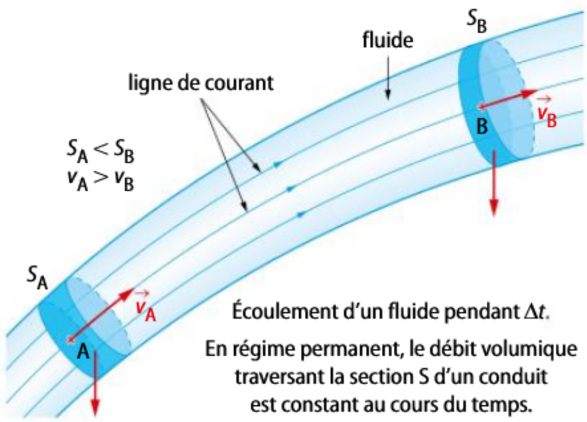
Le **débit volumique** d'un fluide dépend de la vitesse du fluide et de la section du conduit :

$$Q = \frac{V}{\Delta t} = v \cdot S$$

- débit volumique (**m^3 · s^{-1}**)
- volume de fluide écoulé (**m^3**)
- vitesse du fluide (**m · s^{-1}**)
- aire de la section du conduit (**m^2**)
- durée de l'écoulement (**s**)

Conservation du débit volumique

$Q_{(A)} = Q_{(B)}$ (en régime permanent, le long d'une ligne de courant)



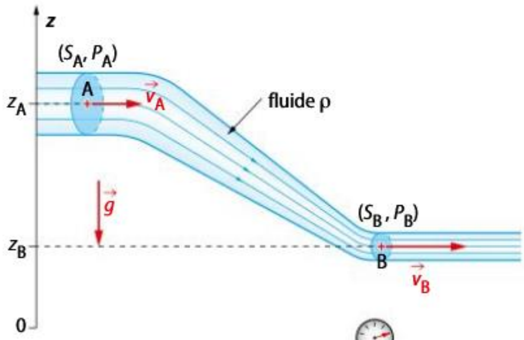
Écoulement d'un fluide pendant Δt.
En régime permanent, le débit volumique traversant la section S d'un conduit est constant au cours du temps.

3 Relation de Bernoulli et conséquences

Lors de l'écoulement d'un fluide incompressible en régime permanent les évolutions de la pression, de la vitesse et de l'altitude le long d'une ligne de courant sont modélisées par la **relation de Bernoulli** :

$$P + \frac{1}{2}\rho\, v^2 + \rho \cdot g \cdot z = \text{constante}$$

- pression du fluide (**Pa**)
- masse volumique du fluide (**kg · m^{-3}**)
- altitude (**m**)
- vitesse du fluide (**m · s^{-1}**)
- intensité de pesanteur (**N · kg^{-1}**)



Effet Venturi

En régime permanent, la pression P d'un fluide diminue lorsque sa vitesse v augmente.