Séquence 4 : Mouvement et forces

Livre chapitre 11 (p218 à 236)

❶ LE REFERENTIEL

➢ *Le référentiel galiléen*

Pour décrire le mouvement d'un objet, il faut connaitre deux informations :

- sa ………………………………………… : elle nous informe sur la position de l'objet au cours du temps ;
- sa …………………………………………… : elle nous informe sur la rapidité avec laquelle l'objet se déplace (sur la trajectoire parcourue).

On ne peut définir un mouvement que si l'on précise par rapport à quel objet de référence ce mouvement est considéré.

Définition :

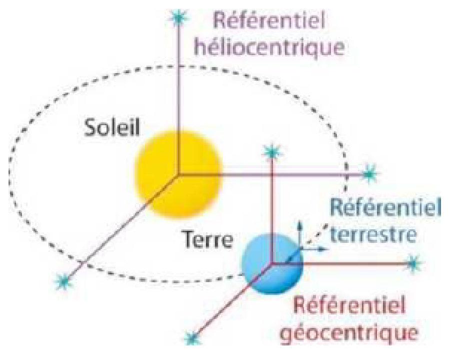
Un référentiel est dit galiléen si, dans ce référentiel, tout corps isolé ou pseudo-isolé persévère dans son état de repos (s'il était initialement immobile) ou de mouvement rectiligne et uniforme (1ère loi de Newton).

Un référentiel est galiléen s'il est en translation rectiligne uniforme par rapport à un autre référentiel galiléen

➢ *Les référentiels usuels*

Le choix d'une échelle de temps et d'une échelle de distance adaptées permet de décrire au mieux le mouvement d'un système.

Exemples de référentiels :

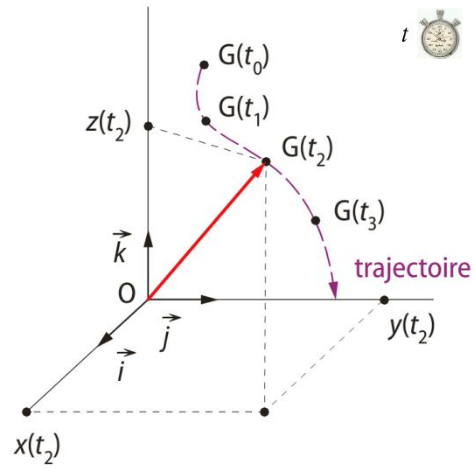


	Défini par…	Utilisé pour…
terrestre	L'ensemble des objets fixes par rapport à la surface de la Terre (sol. table, etc.).	L'étude des mouvements d'objets à la surface ou dans l'atmosphère de la Terre.
géocentrique	Un repère ayant pour origine le centre de la Terre.	L'étude des mouvements de la Lune et des satellites artificiels autour de la Terre.
héliocentrique	Un repère ayant pour origine le centre du Soleil.	L'étude des mouvements des planètes et d'autres astres autour du Soleil.

<u>*Remarques*</u>

- ***Le référentiel terrestre :*** *il est considéré comme galiléen si l'étude du système ne dépasse pas quelques minutes (pour négliger le mouvement de rotation propre de la Terre).*
- ***Le référentiel géocentrique*** *: il est considéré comme galiléen si l'étude du système ne dépasse pas quelques heures (pour négliger le mouvement de révolution de la Terre autour du Soleil).*
- *Le mouvement d'un objet dépend du référentiel choisit ;*
- *Tout référentiel qui tourne, ralentit ou accélère par rapport à un référentiel galiléen n'est pas galiléen.*

❷ LE VECTEUR POSITION



Pour étudier le mouvement du centre d'inertie G d'un système dans un référentiel, on définit :

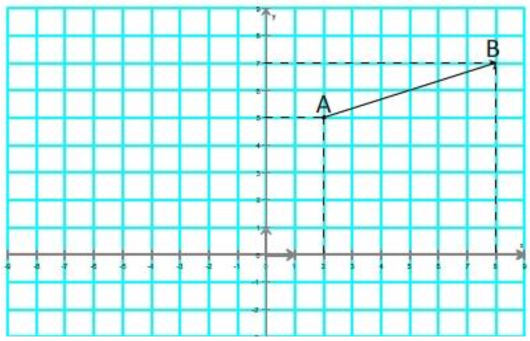
- un **repère d'espace orthonormé** ou repère cartésien $(O\ ;\ \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$ (ci-contre), qui a pour origine O et pour vecteurs unitaires $(\vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$: la position du solide est donnée par son vecteur position $\overrightarrow{OG}$ à un instant t.
- un **repère de temps** : le temps est compté à partir d'une origine à laquelle $t = t_0 = 0$ s.

Rappel de Maths : coordonnées d'un vecteur dans un repère orthonormé $(0, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$

Soit un vecteur $\overrightarrow{AB}$ défini par les points $A(x_A\ ;\ y_A)$ et $B(x_B\ ;\ y_B)$ alors :

- **l'abscisse** du vecteur correspond à la différence des abscisses des points A et B ;
- **l'ordonnée** du vecteur correspond à la différence des ordonnées des points A et B.

$$\overrightarrow{AB}\ (x_B - x_A\ ;\ y_B - y_A)$$



Cela signifie que : $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A)\,\vec{\imath} + (x_B - x_A)\,\vec{\jmath}$

Remarque : les coordonnées d'un vecteur sont parfois notées $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$

Lorsque l'étude du mouvement d'un solide est réduite à celle de son centre d'inertie G, le vecteur position a pour coordonnées, dans ce repère choisi :

$$\overrightarrow{OG}(t) \begin{pmatrix} x_G(t) - x_O(t) = x_G(t) \\ y_G(t) - y_O(t) = y_G(t) \\ z_G(t) - z_O(t) = z_G(t) \end{pmatrix} \quad \text{ou} \quad \boxed{\overrightarrow{OG}(t) \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix}}$$

distance OG

Que l'on peut aussi écrire : $\overrightarrow{OG} = x(t)\,\vec{\imath} + y(t)\,\vec{\jmath} + z(t)\,\vec{k}$ et $\boxed{\|\overrightarrow{OG}\| = OG = \sqrt{x(t)^2 + y(t)^2 + z(t)^2}}$

Remarque : les équations donnant x(t), y(t) et z(t) sont appelées équations horaires de la position (voir chapitre suivant)

Capsule 1

❸ LE VECTEUR VITESSE INSTANTANEE

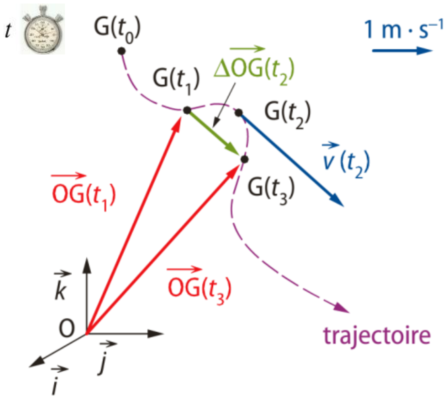
Une variation du vecteur position d'un solide, réduit à l'étude de son centre G, entraine l'existence d'une vitesse et donc d'un vecteur vitesse. La **vitesse instantanée** du centre d'inertie G est égale à sa vitesse moyenne entre deux positions infiniment proches.

Le vecteur **vitesse moyenne** $\vec{v}(t_i)$ à un instant t_i est défini par :

$$\vec{v}(t_i) = \frac{\overrightarrow{OG_{i+1}} - \overrightarrow{OG_i}}{t_{i+1} - t_i} = \frac{\overrightarrow{G_iG_{i+1}}}{t_{i+1} - t_i} \Leftrightarrow \vec{v}(t_i) = \frac{\Delta\overrightarrow{OG}_{i \to i+1}}{\Delta t}$$

Le vecteur vitesse $\vec{v}(t_i)$ d'un point mobile à un instant t est caractérisée par :

- Sa **direction** : la tangente à la trajectoire au point considéré ;
- Son **sens** : celui du mouvement à l'instant t_i ;
- Sa **valeur** : $\frac{G_iG_{i+1}}{t_{i+1} - t_i}$, qui s'exprime en mètre par seconde (m.s^{-1}).



On peut aussi utiliser la méthode centrée comme sur le schéma ci-dessus

A RETENIR :

Lorsque Δt tend vers zéro dans l'expression ci-dessus, on montre, en mathématique, que la vitesse moyenne $\vec{v}(t)$ tend vers une vitesse limite appelée **vitesse instantanée** qui est la dérivée du vecteur position par rapport au temps, à l'instant t :

$$\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\overrightarrow{OG}(t)}{\Delta t} = \frac{d\overrightarrow{OG}(t)}{dt}$$

Les Delta

Dérivée en physique

À retenir !

	Fonctions généralement étudiées	Variable de dérivation	Notation de la dérivée
Mathématiques	Fonctions de x	x	f' ou $\frac{df}{dx}$
Physique-Chimie	Fonctions du temps t	t	$\frac{dx}{dt}$, $\frac{dv_y}{dt}$, etc.

- Les **coordonnées du vecteur vitesse instantanée** $\vec{v}(t)$ dans le repère $(O\,;\,\vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$ sont :

$$\boxed{\vec{v}(t) \begin{cases} v_x(t) = \frac{dx(t)}{dt} = x'(t) \\ v_y(t) = \frac{dy(t)}{dt} = y'(t) \\ v_z(t) = \frac{dz(t)}{dt} = z'(t) \end{cases}}$$

ou $\vec{v}(t) = v_x(t)\,\vec{\imath} + v_y(t)\,\vec{\jmath} + v_z(t)\,\vec{k}$

ou $\vec{v}(t) = \frac{dx(t)}{dt}\,\vec{\imath} + \frac{dy(t)}{dt}\,\vec{\jmath} + \frac{dz(t)}{dt}\,\vec{k}$

- La valeur de la vitesse instantanée est : $\boxed{\|\vec{v}(t)\| = v(t) = \sqrt{(v_x(t))^2 + (v_y(t))^2 + (v_z(t))^2}}$

<u>Remarque :</u> Méthode de tracé (voir Activité Gaston et sa moto)

Capsule 2

❹ LE VECTEUR ACCELERATION

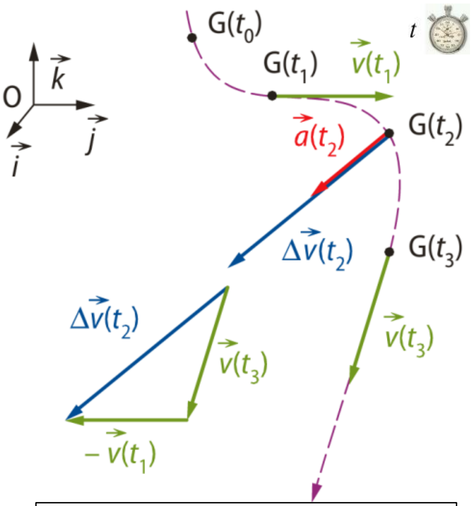
Une variation du vecteur vitesse d'un solide, réduit à l'étude de son centre d'inertie G, entraine l'existence d'une accélération et donc d'un vecteur accélération. L'**accélération instantanée** du centre d'inertie G est égale à son accélération moyenne entre deux positions infiniment proches.

Le vecteur accélération moyenne $\vec{a}$ à un instant t_{i+1} est défini par :

$$\vec{a}_{i+1} = \frac{\vec{v}_{i+1} - \vec{v}_i}{t_{i+1} - t_i} \Leftrightarrow \vec{a}_{i+1} = \frac{\Delta\vec{v}_{i \to i+1}}{\Delta t}$$

Le vecteur accélération d'un point mobile à un instant t est caractérisée par :

- Sa **direction** : identique à celle du vecteur $\Delta\vec{v}$ au point considéré ;
- Son **sens** : identique à celle du vecteur $\Delta\vec{v}$ à l'instant considéré ;
- Sa **norme** (valeur) : $\frac{v_{i+1} - v_i}{t_{i+1} - t_i}$ qui s'exprime en m.s^{-2}.



On peut aussi utiliser la méthode centrée comme sur le schéma ci-dessus

<u>A RETENIR :</u>

Lorsque Δt tend vers zéro (durée infinitésimale) dans l'expression ci-dessus, l'accélération moyenne $\vec{a}(t)$ tend vers une accélération limite appelée **accélération instantanée** qui est la dérivée du vecteur vitesse par rapport au temps, à l'instant *t* :

$$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}(t)}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \frac{d^2\overrightarrow{OM}(t)}{dt^2}$$

- Les coordonnées du vecteur accélération instantanée $\vec{a}(t)$ dans le repère $(O\,;\,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ sont :

$$\boxed{\vec{a}(t) \begin{cases} a_x(t) = \dfrac{dv_x(t)}{dt} \\ a_y(t) = \dfrac{dv_y(t)}{dt} \\ a_z(t) = \dfrac{dv_z(t)}{dt} \end{cases}}$$

ou $\vec{a}(t) = a_x(t)\,\vec{\imath} + a_y(t)\,\vec{\jmath} + a_z(t)\,\vec{k}$

$$\vec{a}(t) = \frac{dv_x(t)}{dt}\,\vec{\imath} + \frac{dv_y(t)}{dt}\,\vec{\jmath} + \frac{dv_z(t)}{dt}\,\vec{k}$$

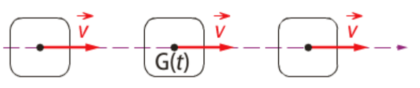
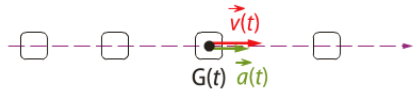
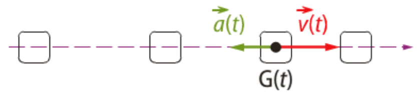
$$\vec{a}(t) = \frac{d^2x(t)}{dt^2}\,\vec{\imath} + \frac{d^2y(t)}{dt^2}\,\vec{\jmath} + \frac{d^2z(t)}{dt^2}\,\vec{k}$$

- La valeur de l'accélération instantanée est : $\boxed{\|\vec{a}(t)\| = a(t) = \sqrt{(a_x(t))^2 + \left(a_y(t)\right)^2 + (a_z(t))^2}}$

<u>Remarque :</u> Méthode de tracé → Activité doc Gaston et sa moto

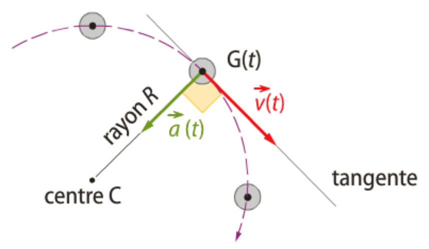
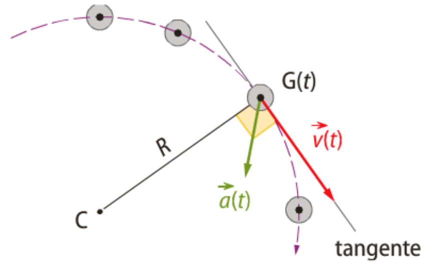
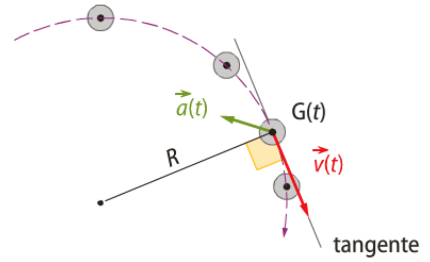
❺ CARACTERISATION D'UN MOUVEMENT

➢ *Mouvement rectiligne (trajectoire en ligne droite)*

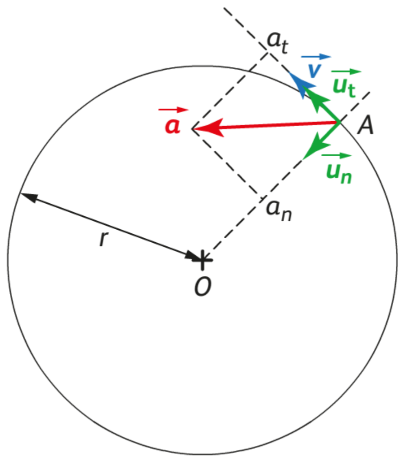
<table>
<tr><th>Mouvement rectiligne uniforme</th><th>Mouvement rectiligne uniformément accéléré</th><th>Mouvement rectiligne uniformément ralenti</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">Le vecteur $\vec{v}$ est ....

$\vec{a} = \cdots$</td><td colspan="2">Le vecteur accélération est ....</td></tr>
<tr><td>Les vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{a}$ sont de même ....
La valeur de v augmente.</td><td>Les vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{a}$ sont de ....
La valeur de v diminue.</td></tr>
</table>

➢ *Le mouvement circulaire (trajectoire en cercle)*

<table>
<tr><th>Mouvement circulaire uniforme</th><th>Mouvement circulaire uniformément accéléré</th><th>Mouvement circulaire uniformément ralenti</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">Le vecteur $\vec{v}$ .... mais sa norme reste ....
Le vecteur $\vec{a}$ est dirigé vers ....</td><td colspan="2">Il est toujours dirigé vers l'intérieur de la trajectoire.</td></tr>
<tr><td>La valeur de la vitesse v augmente.</td><td>La valeur de la vitesse v diminue.</td></tr>
</table>

➢ *Repère de Frenet*



Dans le cas d'un **mouvement circulaire**, à chaque instant, l'accélération peut se décomposer en deux vecteurs :

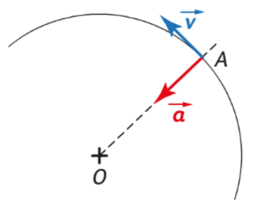
$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_t$$

- $\vec{a}_n$: **accélération normale**, centripète ;
- $\vec{a}_t$: **accélération tangentielle**, tangente à la trajectoire et orientée dans le sens du mouvement.

Dans le repère local (A ; $\vec{u}_n$, $\vec{u}_t$), est appelé **repère de Frenet**, on montre que les coordonnées des vecteurs vitesse et accélération sont :

$$\boxed{\vec{v}\begin{cases} v_n = 0 \\ v_t = v \end{cases} \qquad \vec{a}\begin{cases} a_n = \dfrac{v^2}{r} \\ a_t = \dfrac{dv}{dt} \end{cases}}$$ (r = rayon de la trajectoire, en m)

- Le mouvement **circulaire uniforme** :



Dans le cas d'un mouvement circulaire uniforme, la vitesse est constante donc $\frac{dv}{dt} = 0$ et $a_t = 0$ donc :

$$\boxed{a = a_n = \frac{v^2}{R}}$$

❻ LES LOIS DE NEWTON

Isaac Newton fut le premier à établir les relations entre mouvement d'un solide et forces qui lui sont appliquées.
Rappel : un solide soumis à **aucune force** est dit « **isolé** », s'il est soumis à un **ensemble de forces qui se compensent**, il est dit « **pseudo-isolé** ».

- ***La première loi de Newton***

Cette loi est aussi connue sous la dénomination « **principe de l'inertie** »

Énoncé : dans un référentiel galiléen $\mathfrak{R}$, lorsqu'un solide est isolé ou pseudo-isolé, son centre d'inertie G est :

- **soit au ……………………………………………, si G est initialement immobile ;**
- **soit animé d'un mouvement ……………………………………………………………..**

Si $\overrightarrow{a_G} = \vec{0}$ alors $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$ et réciproquement

- ***La deuxième loi de Newton***

Cette loi est aussi connue sous la dénomination « **théorème du centre d'inertie** » ou « **relation fondamentale de la dynamique** ». Elle établit le lien entre forces appliquées et nature du mouvement.

Énoncé : dans un référentiel galiléen $\mathfrak{R}$, la somme des forces extérieures (ou résultante) qui s'exercent sur un système de masse m est égale à la dérivée par rapport au temps de son vecteur quantité de mouvement soit le produit de la masse par l'accélération :

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} =$$

Capsule 3

- ***La troisième loi de Newton [Hors programme mais vu en 2nde]***

Cette loi est aussi connue sous la dénomination « **principe de l'action et de la réaction** » ou « **principe des actions réciproques** ».

Énoncé : lorsqu'un corps A exerce sur un corps B une action mécanique représentée par une force $\vec{F}_{A/B}$, le corps B exerce sur A une action mécanique représentée par une force $\vec{F}_{B/A}$. Ces deux forces ont même direction, même norme mais sont de sens contraire.

$$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$$

L'ESSENTIEL A RETENIR

Résumé vidéo

1 Les vecteurs position, vitesse et accélération

Dans un référentiel donné, associé à un repère cartésien $(O ; \vec{i}, \vec{j})$, pour un point M d'un système, **à toute date *t*** :

Vecteur position : $\overrightarrow{OM}$

$$\overrightarrow{OM} \begin{cases} x \text{ (m)} \\ y \text{ (m)} \end{cases}$$

$\xrightarrow{\text{Dérivation par rapport au temps}}$

Vecteur vitesse : $\vec{v} = \dfrac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = \dfrac{dx}{dt} \text{ (m·s}^{-1}\text{)} \\ v_y = \dfrac{dy}{dt} \text{ (m·s}^{-1}\text{)} \end{cases}$$

$\xrightarrow{\text{Dérivation par rapport au temps}}$

Vecteur accélération : $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = \dfrac{dv_x}{dt} = \dfrac{d^2x}{dt^2} \text{ (m·s}^{-2}\text{)} \\ a_y = \dfrac{dv_y}{dt} = \dfrac{d^2y}{dt^2} \text{ (m·s}^{-2}\text{)} \end{cases}$$

2 Des exemples de mouvements

Dans un référentiel donné, les vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{a}$ permettent de caractériser le mouvement d'un système.

Mouvement rectiligne

uniforme

Vecteur vitesse
- **Direction** : droite support de la trajectoire
- **Sens** : celui du mouvement
- **Valeur** : v (m·s^{-1}) constante

Vecteur accélération

$\vec{a} = \vec{0}$

uniformément varié

Vecteur vitesse
- **Direction** : droite support de la trajectoire
- **Sens** : celui du mouvement
- **Valeur** : v (m·s^{-1}) variable au cours du temps

Vecteur accélération
- **Direction** : droite support de la trajectoire
- **Sens** :
  – celui de $\vec{v}$ (mouvement accéléré)
  – opposé à $\vec{v}$ (mouvement ralenti)
- **Valeur** : a (m·s^{-2}) constante

Mouvement circulaire

uniforme

Vecteur vitesse
- **Direction** : tangente à la trajectoire
- **Sens** : celui du mouvement
- **Valeur** : constante v (m·s^{-1})

Vecteur accélération
- **Direction** : variable et perpendiculaire à la trajectoire
- **Sens** : vers le centre de la trajectoire
- **Valeur : constante**

$$\underset{(\text{m·s}^{-2})}{a} = \frac{\overset{(\text{m·s}^{-1})^2}{v^2}}{\underset{(\text{m})}{R}}$$

varié

Vecteur vitesse
- **Direction** : tangente à la trajectoire
- **Sens** : celui du mouvement
- **Valeur** : variable v (m·s^{-1})

Vecteur accélération
- **Direction** : variable et non perpendiculaire à la trajectoire
- **Sens** : vers l'intérieur de la trajectoire
- **Valeur : variable**

$$a \neq \frac{v^2}{R} \text{ car } a_t \neq 0$$

3 La deuxième loi de Newton

Cette loi n'est valable que dans les **référentiels galiléens**, référentiels dans lesquels s'applique le principe d'inertie.

Deuxième loi de Newton
$\Sigma\vec{F} = m\vec{a}_G$

G est le centre de masse du système, seul point de ce système où s'applique toujours le principe d'inertie :
$\Sigma\vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{v}_G = \overrightarrow{\text{cte}}$