PROJETER UNE RELATION VECTORIELLE SUR DES AXES

Pour exploiter un bilan des forces, il est parfois nécessaire de projeter les forces sur un ou deux axes bien choisis, de façon à passer d'une relation vectorielle à une relation entre les intensités des forces. Ainsi, le principe d'inertie énonce que la somme vectorielle des forces (ou résultante des forces) appliquées au système est nulle si le système est en mouvement rectiligne uniforme ou au repos.

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$$

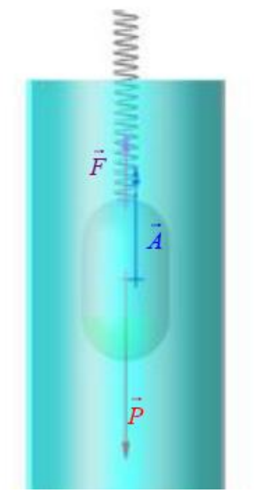
Convenablement utilisée, cette relation permet de déterminer les intensités des forces appliquées au système. Deux cas peuvent se présenter.

CAS DES FORCES COLINEAIRES

Etape 1 : Définir le système et préciser le référentiel d'étude

Système : une capsule de masse m à l'équilibre
Référentiel terrestre

Etape 2 : Faire le bilan des forces sur un schéma



Poids : $\vec{P}$

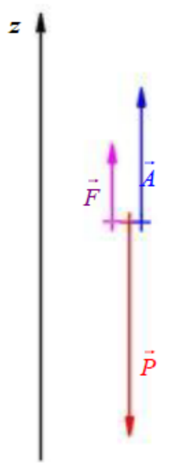
Force exercée par le ressort : $\vec{F}$

La poussée d'Archimède : $\vec{A}$

Etape 3 : Ecrire la relation vectorielle entre les forces

La capsule est en équilibre donc
$\vec{P} + \vec{F} + \vec{A} = \vec{0}$

Etape 4 : Rassembler les forces en un point et représenter l'axe choisi



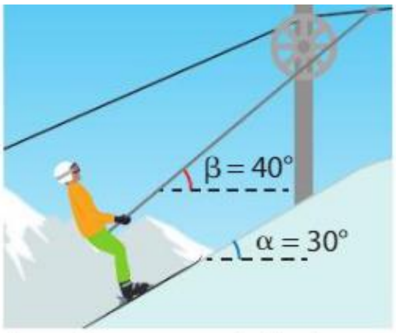
Etape 5 : Projeter les vecteurs sur l'axe défini en étant bien attentif au signe des projections et réécrire la relation vectorielle avec ces projections

Suivant l'axe z vertical dirigé vers le haut, on a
-P + F + A = 0

On ne voit plus les flèches des vecteurs !

CAS DES FORCES DANS UN PLAN

Une skieuse de masse $m = 60$ kg est accrochée à la perche d'un téléski et se déplace avec une vitesse de valeur constante. Le téléski exerce sur la skieuse une force constante $\vec{F}$ dans l'axe de la perche. Les forces de frottement exercées par l'air et par la neige sont négligées.



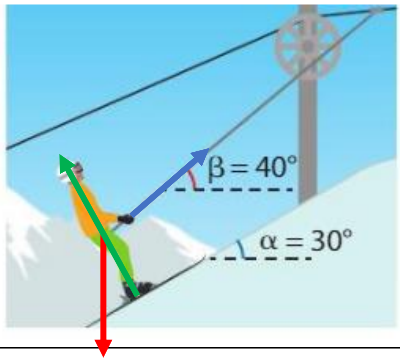
On cherche la valeur F

La difficulté dans ce cas est de choisir deux axes orthogonaux selon lesquels projeter les vecteurs

Etape 1 : Définir le système et préciser le référentiel d'étude

Système : le skieur
Référentiel terrestre supposé galiléen

Etape 2 : Faire le bilan des forces sur un schéma



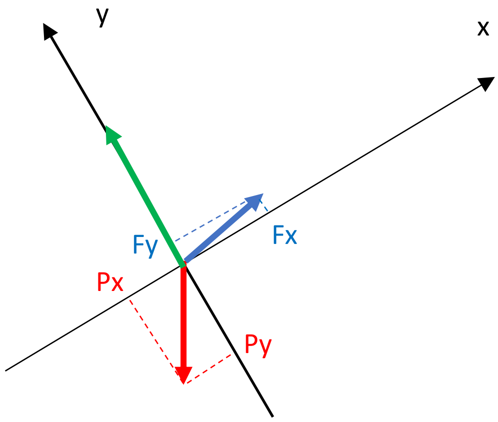
$\vec{P}, \overrightarrow{R_N}$ et $\vec{F}$

Etape 3 : Ecrire la relation vectorielle entre les forces

$$\vec{P} + \overrightarrow{R_N} + \vec{F} = \vec{0}$$

Etape 4 : Rassembler les forces en un point et représenter les axes choisis

Une astuce majeure ici est de choisir les axes afin d'avoir le plus de vecteurs possibles dans la même direction que ces axes



Etape 5 : Projeter les vecteurs sur les axes défini en étant bien attentif au signe des projections et réécrire la relation vectorielle avec ces projections

Suivant l'axe x on a :

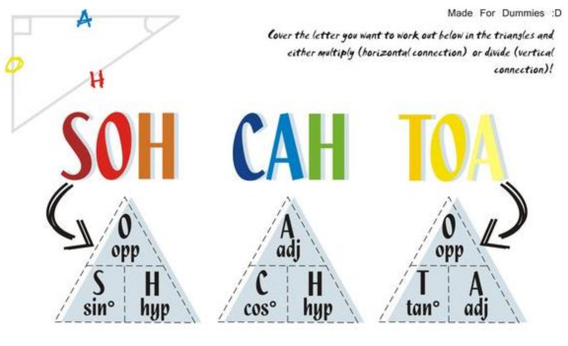
$P_x + R_{N}x + F_x = 0$

$-P \sin \alpha + 0 + F \cos (\beta - \alpha) = 0$

Suivant l'axe y on a :

$-P \cos \alpha + R_N + F \sin (\beta - \alpha) = 0$

Rappel de trigonométrie



Pour tourver la valeur de F, il faut utiliser la projection suivant l'axe x ce qui donne :

$$F = P \sin \alpha / \cos (\beta - \alpha)$$

$$F = mg \sin \alpha / \cos (\beta - \alpha)$$

$$= 60 \times 9{,}81 \times \sin (30°)/\cos(40°-30°)$$

$$= 3{,}0 \times 10^2 \text{ N}$$

Projection d'un vecteur

Projection d'un vecteur si ce n'est toujours pas clair