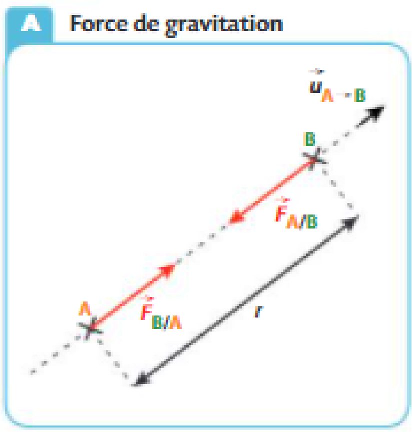
❶ MOUVEMENT DES PLANETES ET DES SATELLITES



Force et champ de gravitation (Rappel de Première)

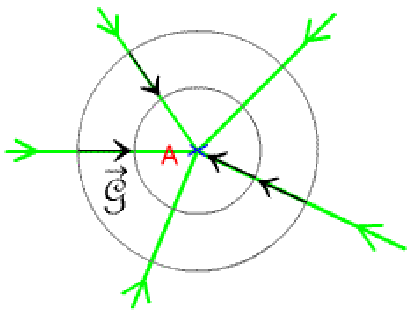
La force de gravitation exercée par un corps A de masse m_A sur un corps B d'une masse m_B séparés d'une distance r (voir schéma) a pour expression :

$$\boxed{\vec{F}_{A/B} = -G \times \frac{m_A \times m_B}{r^2}.\vec{u}_{A\to B} = m_B.\vec{\mathcal{G}}}$$

➔ G est la constante universelle de gravitation : G = 6,67 x 10^{-11} N.m².kg^{-2}

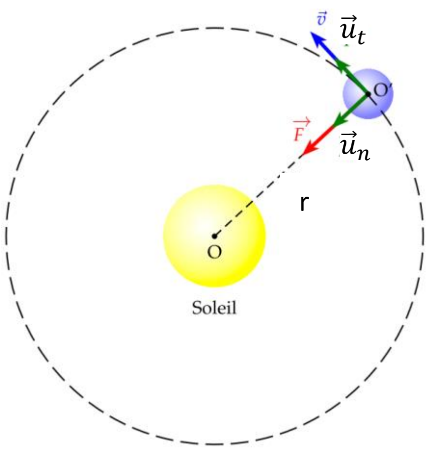
➔ $\vec{\mathcal{G}}$ est le champ de gravitation newtonien créé par le corps A en B à la distance r de A :

$$\vec{\mathcal{G}} = -G \times \frac{m_A}{r^2}.\vec{u}_{A\to B}$$



Vitesse d'une planète ou d'un satellite

Pour étudier le mouvement d'une planète (ou d'un satellite), de masse m, autour du Soleil (par exemple), de masse M_S, on se place dans le référentiel **<u>héliocentrique</u>** considéré comme galiléen. On prend un repère de …………………… (O', $\vec{u}_n$, $\vec{u}_t$).



On suppose que la trajectoire de la planète est un cercle de centre O et de rayon r (ci-contre).

La planète n'est soumise qu'à une seule force, la force de gravitation $\vec{F}$ exercée par le Soleil.

Comme le référentiel héliocentrique est considéré comme galiléen, et que la seule force en présence est la force de gravitation, d'après la deuxième loi de Newton, on a :

$$\vec{F} = m \times \vec{a} \Leftrightarrow G \times \frac{m \times M_S}{d^2}\overrightarrow{u_n} = m \times \vec{a}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\vec{a} = G \times \frac{M_S}{d^2}\overrightarrow{u_n}}$$

Rappel : Dans le repère de Frenet, les coordonnées du vecteur accélération sont :

$$\boxed{\vec{a}\begin{cases} a_n = \dfrac{v^2}{r} \\ a_t = \dfrac{dv}{dt} \end{cases}}$$

Comme la force de gravitation est dirigée vers le centre du Soleil, l'accélération est ……………………………… et donc l'accélération tangentielle est …………………………….

$$a_t = \frac{\mathrm{dv}}{\mathrm{dt}} = 0$$

$$a = a_n = \frac{v^2}{r}$$

⇒ La vitesse est donc …………………… et le mouvement de la planète est un mouvement circulaire ………..

On en déduit que :

$$\frac{v^2}{r} = G \times \frac{M_S}{r^2} \Leftrightarrow \boxed{v = \sqrt{G \times \frac{M_S}{r}}}$$

Remarque : La vitesse est tangentielle :

$$\vec{v} = \sqrt{\frac{G \times M_S}{r}}.\overrightarrow{u_t}$$

Période de révolution d'une planète ou d'un satellite

Soit T la période de révolution de la planète autour du Soleil. Comme durant la période T, la planète parcourt la circonférence du cercle de rayon r à la vitesse constante v, on a :

$$v = \frac{2\pi \mathrm{r}}{T} \Leftrightarrow \frac{2\pi \mathrm{r}}{T} = \sqrt{G \times \frac{M_S}{r}} \Leftrightarrow \boxed{\boldsymbol{T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{G \times M_S}}}}$$

Remarque : on constate que le carré de la période de révolution est proportionnel au cube du rayon du cercle (c'est la troisième loi de Kepler, voir plus loin).

A RETENIR :

- Une planète ou un satellite tournant autour de son astre attracteur a un vecteur accélération dirigé vers le centre de sa trajectoire circulaire : son mouvement est circulaire et uniforme ;

- Pour un mouvement circulaire uniforme, l'accélération et la vitesse d'une planète ou d'un satellite sont reliés par une relation :

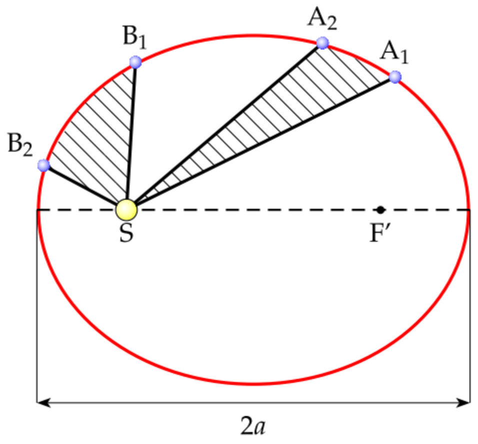
$$\boxed{a = \frac{v^2}{r}} \qquad \begin{cases} v = \text{vitesse (en m.s}^{-1}\text{)} \\ r = \text{rayon de l'orbite circulaire (en m)} \\ a = \text{accélération (en m.s}^{-1}\text{)} \end{cases}$$

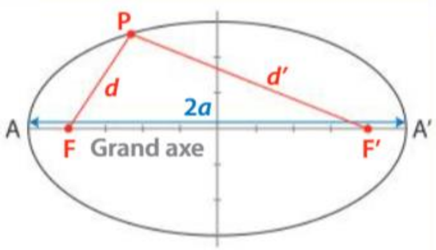
Les satellites géostationnaires (voir activité documentaire)

❷ LES LOIS DE KEPLER *Voir Activité expérimentale*

Première loi de Kepler (ou loi des orbites)

Dans un **référentiel héliocentrique**, la trajectoire d'une planète est ……………………………………………. et le centre du Soleil occupe un des foyers. L'orbite de la planète est elliptique.

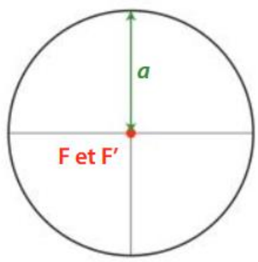




Une ellipse est une courbe plane, définie comme l'ensemble des points P vérifiant la relation :

$$FP + F'P = d + d' = 2a$$

F et F' sont appelés les foyers de l'ellipse. [AA'] est le grand axe de l'ellipse avec $AA' = 2a$.

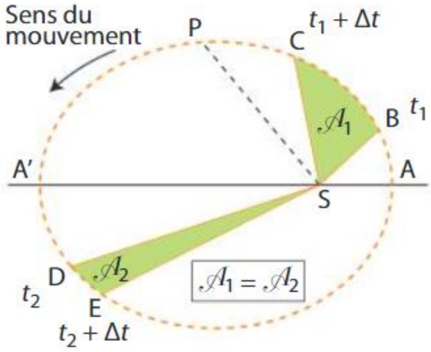


Lorsque F et F' sont confondus, l'ellipse devient un cercle de rayon $r = a$.

Deuxième loi de Kepler (ou loi des aires)

Le segment reliant le Soleil à la planète balaye des **aires égales** pendant des **durées égales**.

⇒ la vitesse d'une planète n'est pas constante : elle augmente lorsqu'elle se ………………………………. du Soleil et diminue lorsqu'elle s'en ……………..



Les aires $\mathcal{A}_1$ et $\mathcal{A}_2$, balayées pendant des durées Δt égales, sont égales. L'arc $\overset{\frown}{BC}$ est donc plus long que l'arc $\overset{\frown}{DE}$. Ces deux arcs étant parcourus pendant la même durée Δt, la valeur de la vitesse moyenne de la planète P entre B et C est supérieure à celle entre D et E.

Troisième loi de Kepler (ou loi des périodes)

$$\boxed{\frac{T^2}{a^3} = \text{constante} = \frac{4\pi^2}{G \times M}}$$

$$\begin{cases} T = \text{période de révolution de la planète (en s)} \\ a = \text{demi-grand axe de son orbite elliptique (en m)} \end{cases}$$

➔ La constante de la troisième loi de Kepler ne dépend que de la masse M de l'astre attracteur

➔ Dans le cas où l'on considère que les trajectoires des planètes et des satellites sont des cercles, le demi-grand axe a de l'ellipse est remplacé par le rayon r de l'orbite circulaire et on peut trouver une expression de la constante de la troisième loi de Képler.

[Capsule]

La **période de révolution** T d'une planète est la durée qu'elle met pour faire un tour autour du Soleil. Elle s'écrit : $T = \frac{2\pi \times r}{v}$.

En remplaçant v par son expression trouvée page précédente, il vient :

$$T = \frac{2\pi \times r}{\sqrt{\frac{G \times M_S}{r}}}$$

soit :

$$T = 2\pi \times \sqrt{\frac{r^3}{G \times M_S}}$$

$$T^2 = 4\pi^2 \times \frac{r^3}{G \times M_S}$$

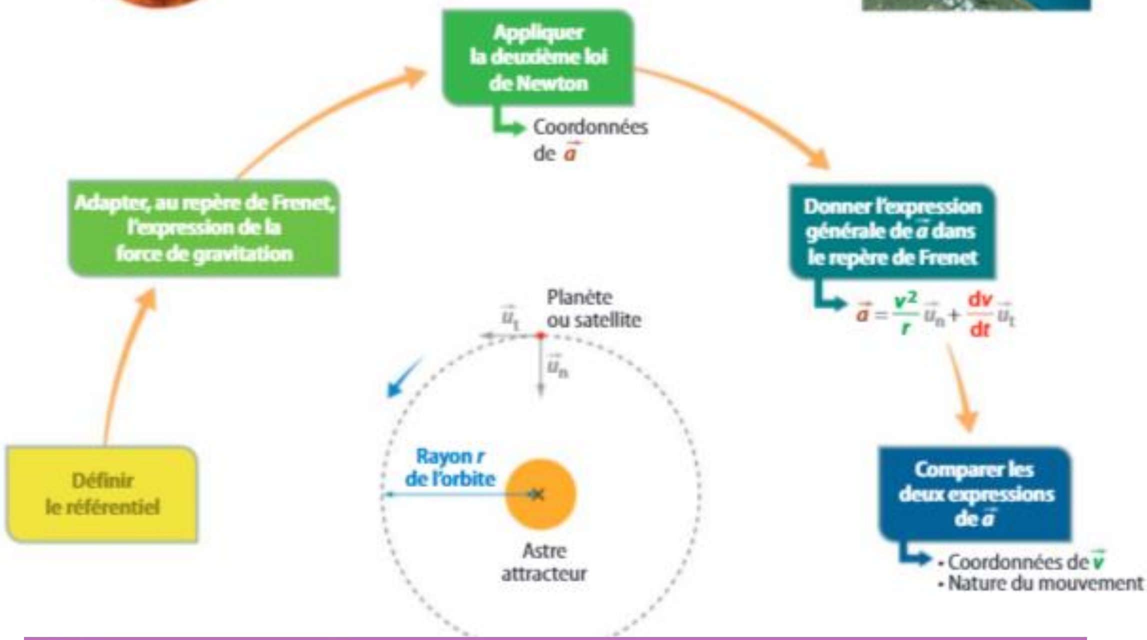
On a alors $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \times M_S}$ = **constante**, car G et M_S sont constantes.

Cette expression constitue la **troisième loi de Kepler** dans le cas d'un mouvement **circulaire**.

L'ESSENTIEL A RETENIR

1 Le mouvement des satellites et des planètes

Étude du mouvement circulaire
du centre de masse d'une planète ou d'un satellite
dans un référentiel astrocentrique supposé galiléen



2 Les lois de Kepler

Les trois lois de Kepler permettent d'étudier le **mouvement d'un corps autour d'un astre attracteur**.

**L'application de la deuxième loi de Newton,
dans le référentiel astrocentrique auquel est associé le repère de Frenet,
permet de retrouver la troisième loi de Kepler
dans le cas d'un mouvement circulaire et uniforme :**

Expression de T, période de révolution : $T = \frac{2\pi \times r}{v}$ → Remplacement de v par son expression établie à l'aide de la deuxième loi de Newton → Réarrangement de l'expression de T : $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \times M}$ = constante

Troisième loi de Kepler dans le cas d'un mouvement circulaire