

NOM : .....

Prénom : .....

---

**Evaluation n°4 (Durée 2h) - correction**


---



---

**EXERCICE 1 : LA PILE CUIVRE-ALUMINIUM ET LE CONDENSATEUR**


---

Les parties 4 et 5 peuvent être résolues indépendamment l'une de l'autre et indépendamment de la résolution des parties 1, 2 et 3.

**LA PILE CUIVRE-ALUMINIUM**
**Partie 1**

On introduit dans un bécher un volume  $V_1 = 50 \text{ mL}$  d'une solution de chlorure d'aluminium ( $\text{Al}^{3+} + 3 \text{Cl}^-$ ), de concentration en soluté apporté  $C_1 = 0,10 \text{ mol.L}^{-1}$ , dans laquelle plonge une lame d'aluminium. Dans un second becher, on introduit un volume  $V_2 = 50 \text{ mL}$  d'une solution de sulfate de cuivre ( $\text{Cu}^{2+} + \text{SO}_4^{2-}$ ), de concentration molaire en soluté apporté  $C_2 = 0,10 \text{ mol.L}^{-1}$ , dans laquelle plonge une lame de cuivre. On relie les deux béchers à l'aide d'un pont salin contenant du nitrate d'ammonium ( $\text{NH}_4^+ + \text{NO}_3^-$ ).

**Lorsqu'on branche un ampèremètre avec sa borne COM reliée à l'électrode d'aluminium, on mesure une intensité positive.**

1. Quelle est l'électrode qui constitue la borne positive et celle qui constitue la borne négative ? préciser alors la cathode et l'anode.

**La borne COM est reliée à l'électrode d'aluminium, le courant entre par la borne A (ou mA) qui est reliée à l'électrode de cuivre. Sachant que le courant sort par la borne positive d'une pile, l'électrode de cuivre est la borne positive de la pile et l'électrode d'aluminium est la borne négative.**

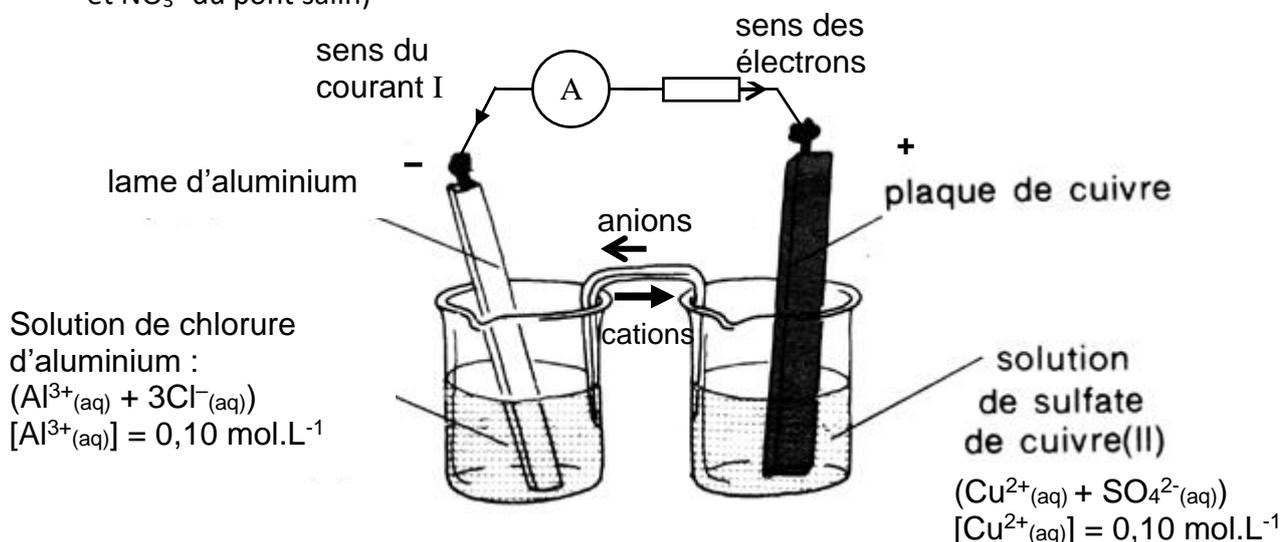
2. Citer au moins un rôle du pont salin ?

**Le pont salin permet au courant de circuler et il permet de maintenir l'électroneutralité des solutions.**

**Partie 2**

On relie la pile à un conducteur ohmique.

3. Compléter le schéma en annexe (à rendre avec la copie) en indiquant le sens du courant dans le circuit, et en représentant le déplacement des différents porteurs de charge (électrons, ions  $\text{NH}_4^+$  et  $\text{NO}_3^-$  du pont salin)



4. Écrire et nommer les réactions qui se produisent aux électrodes.

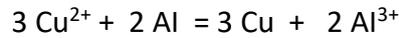
L'électrode cuivre est la borne +, il y a consommation d'électrons, donc une **réduction** :



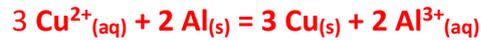
L'électrode d'aluminium est la borne -, elle libère des électrons, il s'y produit une **oxydation** :



5. Montrer que la transformation entre les deux couples peut s'écrire :



Au cours d'une réaction d'oxydoréduction, il y a autant d'électrons consommés que d'électrons produits, soit en faisant  $3 \times (1) + 2 \times (2)$ , il vient :



### Partie 3

La constante d'équilibre associée à la transformation est  $K = 10^{20}$ .

6. Calculer le quotient de réaction initial.

$$Q_{r,i} = \frac{[\text{Al}^{3+}_{(\text{aq})}]_i^2}{[\text{Cu}^{2+}_{(\text{aq})}]_i^3} \quad Q_{r,i} = \frac{(0,10)^2}{(0,10)^3} = \mathbf{10}$$

7. Montrer en appliquant le critère d'évolution spontanée que le sens d'évolution est cohérent avec le fonctionnement de la pile.

$Q_{r,i} < K$ , l'évolution spontanée se fait donc dans le sens direct de l'équation associée à la transformation dans la pile. Ce résultat est en accord avec la polarité de la pile.

La pile fonctionne pendant 1 h 30 min en débitant un courant d'intensité constante  $I = 40 \text{ mA}$ .

**Données :** charge élémentaire :  $e = 1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$   
Constante d'Avogadro :  $N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$   
Masse molaire de l'aluminium :  $27 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$

8. Calculer la quantité d'électricité  $Q$  échangée pendant 1 h 30 min.

$$Q = I \cdot \Delta t \quad \text{convertir } I \text{ en ampère et } \Delta t \text{ en seconde}$$

$$Q = 40 \times 10^{-3} \times 90 \times 60 = \mathbf{2,2 \times 10^2 \text{ C}}$$

9. Calculer la quantité de matière d'électrons  $n_e$  échangée pendant cette durée.

$$Q = n_e \times e \times N_A = n_e \times F \quad (F = 9,65 \times 10^4 \text{ C} \cdot \text{mol}^{-1}) \quad \text{soit } n_e = \frac{Q}{F} = \frac{I \cdot \Delta t}{F}$$

$$n_e = \frac{40 \times 10^{-3} \times 90 \times 60}{9,65 \times 10^4} = \mathbf{2,2 \times 10^{-3} \text{ mol}} \text{ d'électrons échangée pendant 1 h 30 min.}$$

10. Donner la relation entre  $n_e$  et  $n_{\text{Al}}$ , quantité de matière d'aluminium ayant disparu.

$$\text{D'après la demi-équation (2), on a } n_{\text{Al disparu}} = \frac{n_e}{3}.$$

11. Calculer la perte de masse de l'électrode d'aluminium.

$$m_{\text{Al disparu}} = n_{\text{Al disparu}} \cdot M_{\text{Al}}$$

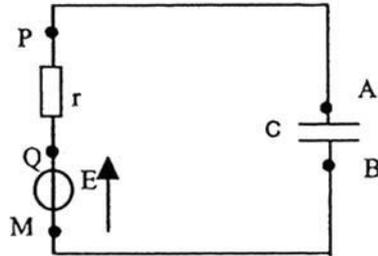
$$m_{\text{Al disparu}} = \frac{n_e}{3} \cdot M_{\text{Al}}$$

$$m_{\text{Al disparu}} = \frac{2,2 \times 10^{-3}}{3} \times 27 = \mathbf{2,0 \times 10^{-2} \text{ g} = 20 \text{ mg}}$$

# LE CONDENSATEUR

## Partie 4

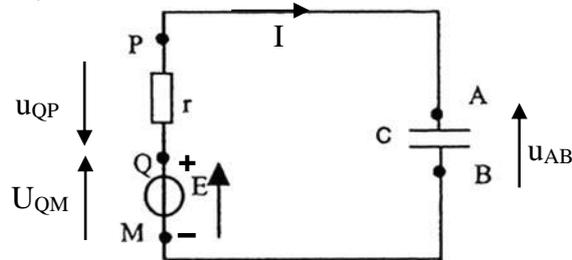
La pile est équivalente à l'association série d'un générateur de tension de force électromotrice  $E = 1,8 \text{ V}$  et d'un conducteur ohmique de résistance  $r$ . On remplace le conducteur ohmique par un condensateur branché entre les bornes P et M de la pile (voir schéma ci-après).



12. Recopier le schéma ci-dessus sur la copie en représentant :

- le sens du courant au cours de la charge du condensateur,
- les flèches représentant les tensions  $u_r$  et  $u_c$ .

D'après la convention générateur, la flèche tension  $E$  a le même sens que le courant  $I$ .



13. Quel est le signe de la charge prise par l'armature A du condensateur au cours de la charge ?

L'armature A est reliée à la borne Q positive du générateur de tension. Des électrons y sont arrachés, l'armature A porte une charge positive.

14. À chaque instant, la charge  $q_A$  de l'armature A du condensateur est proportionnelle à la tension  $u_c$  entre ses armatures A et B. Quels sont le nom et l'unité de ce coefficient de proportionnalité ?

$q_A = C \times u_{AB}$  où  $C$  est la capacité du condensateur exprimée en farads de symbole  $F$ .

## Partie 5 : Étude de la variation de la tension aux bornes du condensateur au cours du temps lorsqu'il se charge

15. Etablir que l'équation différentielle permettant de déterminer la tension  $u_c$  aux bornes du condensateur est de la forme :

En appliquant la loi de mailles  $E = u_r + u_c$  (voir démo dans le cours)

$$E = r \cdot C \cdot \frac{du_c}{dt} + u_c$$

16. Montrer que la solution de cette équation différentielle est :  $u_c = E \times (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ . En déduire l'expression de la constante  $\tau$ .

Solution  $u_{AB} = E \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$  que l'on peut écrire  $u_{AB} = E - E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$ .

$$\frac{du_{AB}}{dt} = \frac{E}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

donc  $r \cdot C \cdot \frac{du_{AB}}{dt} = \frac{r \cdot C \cdot E}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$

et  $r.C \cdot \frac{du_{AB}}{dt} + u_{AB} = \frac{r.C.E}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + E - E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$  d'après l'équation différentielle cette expression est égale à E

ainsi  $\frac{r.C.E}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + E - E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = E$  quel que soit t

on divise tout par E, il vient  $\frac{r.C}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} + 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} = 1$

$\frac{r.C}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} - e^{-\frac{t}{\tau}} = 0$  cette égalité est vérifiée quel que soit t si  $\frac{r.C}{\tau} = 1$

donc si  $\tau = r.C$

**17.** Quelle est l'unité de  $\tau$  ? Le vérifier par analyse dimensionnelle.

L'unité de  $\tau$  est la **seconde** dans le système international.

Vérification de la dimension de  $\tau = r.C$  :

$$[r.C] = [R].[C]$$

D'après la loi d'Ohm,  $u = R.i$  donc  $[R] = \frac{[U]}{[I]}$

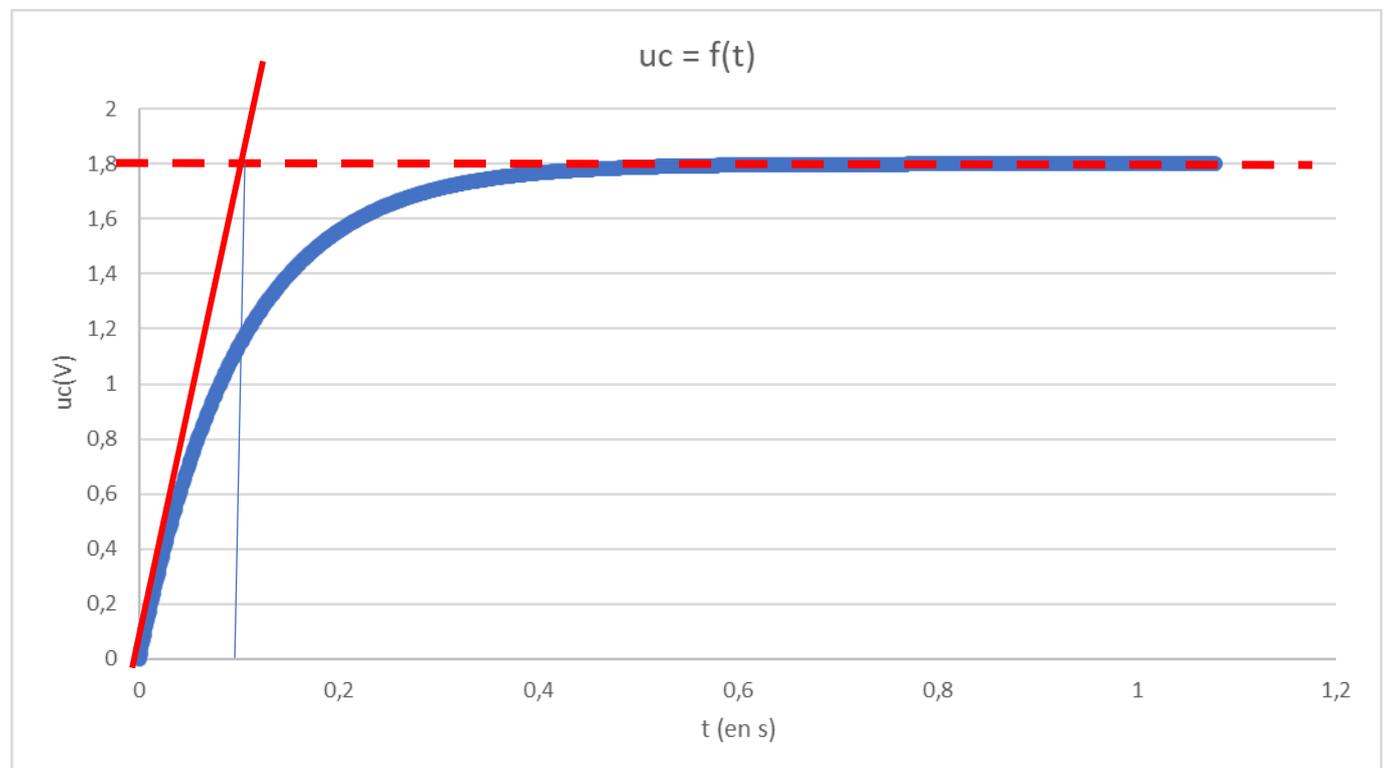
D'autre part,  $q = C.u$  et  $i = \frac{dq}{dt}$  soit  $i = C \cdot \frac{du}{dt}$  ou  $C = i \cdot \frac{dt}{du}$  donc  $[C] = \frac{[I].[T]}{[U]}$ ,

$$\text{donc } [r.C] = \frac{[U]}{[I]} \cdot \frac{[I].[T]}{[U]} = [T]$$

La constante  $\tau = r.C$  est **homogène à une durée**.

$\tau$  est appelée constante de temps **du circuit rC**.

**18.** Déterminer graphiquement  $\tau$  (voir ANNEXE A RENDRE AVEC LA COPIE)



**Méthode de la tangente à l'origine** : la constante de temps peut se déterminer graphiquement en trouvant l'abscisse du point d'intersection entre la tangente à l'origine et la valeur maximale atteinte par la tension aux bornes du condensateur. Ici elle est égale à 0,1 ms

## **BONUS**

Après avoir chargé un condensateur de capacité  $C = 100 \text{ mF}$  sous la tension  $E = 1,8 \text{ V}$ , on le décharge dans un moteur qui en tournant provoque la montée d'une hauteur  $h$ , à vitesse constante, d'un solide  $S$  de masse  $m = 100 \text{ g}$  (**Donnée** :  $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$ )

L'énergie maximale  $E$  emmagasinée dans le condensateur est donnée par la relation  $E = \frac{1}{2} \times C \times u_{c,max}^2$

**19.** De quelle hauteur  $h$  maximale pourrait monter le solide si le transfert d'énergie se faisait avec un rendement de 100 % ?

**Système** : Solide de masse  $m$

**Référentiel** : le sol, référentiel terrestre supposé galiléen

L'augmentation d'énergie mécanique du solide est égale à l'énergie stockée initialement dans le condensateur :  $\Delta E_m = \mathcal{E}$

$$\Delta E_C + \Delta E_{pp} = \mathcal{E}$$

Le solide monte à vitesse constante, donc son énergie cinétique ne varie pas

$$0 + m.g.h = \mathcal{E}$$

$$m.g.h = \frac{1}{2}.C.E^2$$

$$h = \frac{C.E^2}{2m.g}$$

$$h = \frac{100 \times 10^{-3} \cdot 1,8^2}{2 \times 0,100 \times 10} = \mathbf{0,16 \text{ m}}$$

---

## **EXERCICE 2 : pH D'UN MÉLANGE**

---

Dans cet exercice, on se propose de calculer la valeur du pH d'un mélange de deux solutions de pH connus.

**Données** :  $\text{pKa}_1 (\text{HNO}_2 / \text{NO}_2^-) = 3,3$   
 $\text{pKa}_2 (\text{HCOOH} / \text{HCOO}^-) = 3,8$   
 $\text{pK}_e = 14,0$

### **PARTIE 1 : ÉTUDE DE DEUX SOLUTIONS**

Le pH d'une solution aqueuse d'acide nitreux  $\text{HNO}_{2(aq)}$ , de concentration en soluté apporté  $C_1 = 0,20 \text{ mol.L}^{-1}$  a pour valeur  $\text{pH}_1 = 2,0$  ; celui d'une solution aqueuse de méthanoate de sodium ( $\text{HCOO}^-_{(aq)} + \text{Na}^+_{(aq)}$ ) de concentration en soluté apporté  $C_2 = 0,40 \text{ mol.L}^{-1}$  a pour valeur  $\text{pH}_2 = 8,7$ .

**1.** Écrire l'équation de la réaction entre l'acide nitreux et l'eau. Donner l'expression de sa constante d'équilibre.



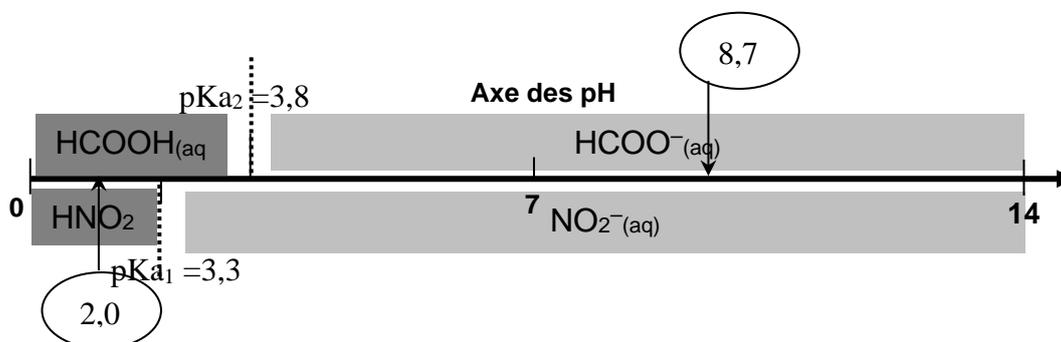
$$K_{a1} = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+_{(aq)}]_{\text{éq}} \cdot [\text{NO}_2^-_{(aq)}]_{\text{éq}}}{[\text{HNO}_{2(aq)}]_{\text{éq}}}$$

**2.** Écrire l'équation de la réaction entre l'ion méthanoate et l'eau. Donner l'expression de sa constante d'équilibre.



$$K = \frac{[\text{HO}^-]_{\text{éq}} \cdot [\text{HCOOH}]_{\text{éq}}}{[\text{HCOO}^-]_{\text{éq}}}$$

3. Sur l'axe des pH, donné en annexe à rendre avec la copie, placer les domaines de prédominance des deux couples acide/base mis en jeu.



4. Préciser l'espèce prédominante dans chacune des deux solutions précédentes.

La solution d'acide nitreux a un pH de 2,0 ; l'espèce prédominante est l'acide nitreux  $\text{HNO}_{2(\text{aq})}$ .

La solution de méthanoate de sodium a un pH de 8,7 ; l'espèce prédominante est l'ion méthanoate  $\text{HCOO}^-_{(\text{aq})}$ .

## PARTIE 2 : ÉTUDE D'UN MÉLANGE DE CES SOLUTIONS

On mélange un même volume  $v = 200 \text{ mL}$  de chacune des deux solutions précédentes. La quantité de matière d'acide nitreux introduite dans le mélange est  $n_1 = 4,0 \times 10^{-2} \text{ mol}$  et celle de méthanoate de sodium est  $n_2 = 8,0 \times 10^{-2} \text{ mol}$ .

5. Écrire l'équation de la réaction qui se produit lors du mélange entre l'acide nitreux et l'ion méthanoate.



6. Compléter le tableau d'avancement, donné en annexe à rendre avec la copie.

Équation	$\text{HNO}_{2(\text{aq})} + \text{HCOO}^-_{(\text{aq})} = \text{NO}_2^-_{(\text{aq})} + \text{HCOOH}_{(\text{aq})}$				
	Avancement (mol)	Quantités de matière (mol)			
État du système chimique		$n(\text{HNO}_{2(\text{aq})})$	$n(\text{HCOO}^-_{(\text{aq})})$	$n(\text{NO}_2^-_{(\text{aq})})$	$n(\text{HCOOH}_{(\text{aq})})$
État initial	$x = 0$	$n_1$	$n_2$	0	0
État intermédiaire	$x$	$n_1 - x$	$n_2 - x$	$x$	$x$
État d'équilibre	$x = x_{\text{éq}}$	$n_1 - x_{\text{éq}}$	$n_2 - x_{\text{éq}}$	$x_{\text{éq}}$	$x_{\text{éq}}$

7. Exprimer, puis calculer, le quotient de réaction  $Q_{r,i}$  associé à cette équation, dans l'état initial du système chimique.

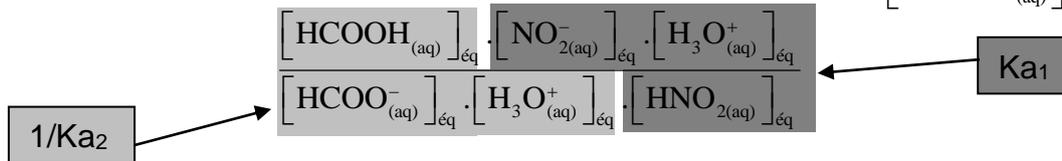
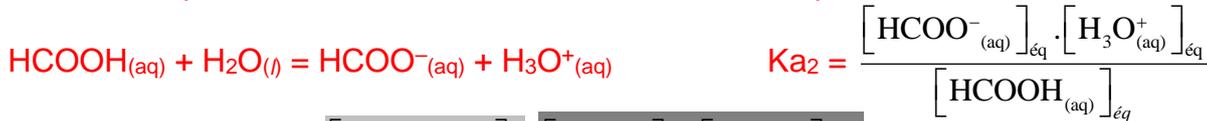
$$Q_{r,i} = \frac{[\text{HCOOH}]_{\text{i}} \cdot [\text{NO}_2^-]_{\text{i}}}{[\text{HCOO}^-]_{\text{i}} \cdot [\text{HNO}_2]_{\text{i}}}$$

Dans l'état initial, il n'y a pas encore d'acide méthanoïque et d'ions nitrite  $\text{NO}_2^-$  de formés, donc  $Q_{r,i} = 0$ .

8. Montrer que le quotient de réaction dans l'état d'équilibre  $Q_{r,\text{éq}} = K_{a1} / K_{a2}$  puis le calculer.

$$Q_{r,\text{éq}} = \frac{[\text{HCOOH}_{(\text{aq})}]_{\text{éq}} \cdot [\text{NO}_2^-]_{\text{éq}}}{[\text{HCOO}^-]_{\text{éq}} \cdot [\text{HNO}_2]_{\text{éq}}} = \frac{[\text{HCOOH}_{(\text{aq})}]_{\text{éq}} \cdot [\text{NO}_2^-]_{\text{éq}} \cdot [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}}{[\text{HCOO}^-]_{\text{éq}} \cdot [\text{HNO}_2]_{\text{éq}} \cdot [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}}$$

Écrivons l'équation de la réaction entre l'acide méthanoïque et l'eau :



donc :

$$Q_{R,\text{éq}} = \frac{K_{a1}}{K_{a2}} = \frac{10^{-pK_{a1}}}{10^{-pK_{a2}}} = 10^{-pK_{a1} + pK_{a2}}$$

$$Q_{r,\text{éq}} = 10^{-3,3+3,8} = 10^{0,5} = 3,2$$

9. Conclure sur le sens d'évolution de la réaction écrite à la question 5.

$Q_{r,i} < Q_{r,\text{éq}}$  La réaction va évoluer dans le sens direct.

La valeur de l'avancement final, dans cet état d'équilibre est :  $x_{\text{éq}} = 3,3 \times 10^{-2}$  mol.

10. Calculer les concentrations des différentes espèces chimiques présentes à l'équilibre.

$$[\text{HNO}_2]_{\text{éq}} = \frac{n_1 - x_{\text{éq}}}{2v}$$

$$[\text{HNO}_2]_{\text{éq}} = \frac{4,0 \times 10^{-2} - 3,3 \times 10^{-2}}{2 \times 0,200} = 1,8 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{HCOO}^-]_{\text{éq}} = \frac{n_2 - x_{\text{éq}}}{2v}$$

$$[\text{HCOO}^-]_{\text{éq}} = \frac{8,0 \times 10^{-2} - 3,3 \times 10^{-2}}{2 \times 0,200} = 12 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{HCOOH}_{(\text{aq})}]_{\text{éq}} = [\text{NO}_2^-]_{\text{éq}} = \frac{x_{\text{éq}}}{2v}$$

$$[\text{HCOOH}_{(\text{aq})}]_{\text{éq}} = [\text{NO}_2^-]_{\text{éq}} = \frac{3,3 \times 10^{-2}}{2 \times 0,200} = 8,3 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

11. En déduire la valeur de  $Q_{r,\text{éq}}$  et la comparer à la valeur obtenue à la question 7 (on peut calculer un pourcentage d'erreur)

$$Q_{r,\text{éq}} = \frac{[\text{HCOOH}_{(\text{aq})}]_{\text{éq}} \cdot [\text{NO}_2^-]_{\text{éq}}}{[\text{HCOO}^-]_{\text{éq}} \cdot [\text{HNO}_2]_{\text{éq}}}$$

$$Q_{r,\text{éq}} = \frac{0,0825^2}{0,0175 \times 0,1175} = 3,3 \text{ Les valeurs obtenues sont les mêmes à 3\% près.}$$

12. À l'aide de l'un des couples intervenant dans le mélange, vérifier que la valeur du pH du mélange est proche de la valeur  $\text{pH}_3 = 4$ .

Pour le couple  $\text{HNO}_{2(\text{aq})} / \text{NO}_{2(\text{aq})}^-$  on a  $K_{a1} = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} \cdot [\text{NO}_{2(\text{aq})}^-]_{\text{éq}}}{[\text{HNO}_{2(\text{aq})}]_{\text{éq}}}$

Soit  $-\log K_{a1} = \text{p}K_{a1} = -\log \left( \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} \cdot [\text{NO}_{2(\text{aq})}^-]_{\text{éq}}}{[\text{HNO}_{2(\text{aq})}]_{\text{éq}}} \right) = -\log [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} - \log \frac{[\text{NO}_{2(\text{aq})}^-]_{\text{éq}}}{[\text{HNO}_{2(\text{aq})}]_{\text{éq}}}$

$\text{p}K_{a1} = \text{pH} - \log \frac{[\text{NO}_{2(\text{aq})}^-]_{\text{éq}}}{[\text{HNO}_{2(\text{aq})}]_{\text{éq}}}$

Ou  $\text{pH} = \text{p}K_{a1} + \log \frac{[\text{NO}_{2(\text{aq})}^-]_{\text{éq}}}{[\text{HNO}_{2(\text{aq})}]_{\text{éq}}}$

$\text{pH} = 3,3 + \log \left( \frac{0,0825}{0,0175} \right) = 4.$