Séquence 5 : Mouvement dans un champ uniforme

Livre chapitre 12 (p238 à 260)

Pour comprendre les démonstrations de ce chapitre, il faut appliquer à des situations concrètes. Les équations de trajectoire ne sont pas à connaître par cœur mais à savoir établir et appliquer ! La méthode pour les obtenir est toujours la même !

Mais avant, il faut maîtriser quelques outils mathématiques :

Projection d'un vecteur

Projection d'un vecteur si ce n'est toujours pas clair

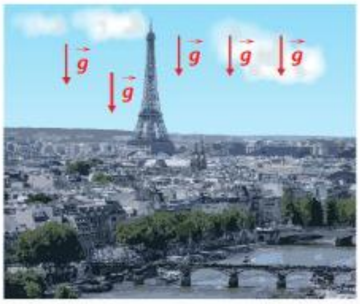
Primitive

❶ QU'EST CE QU'UN CHAMP UNIFORME ?

Un champ vectoriel **uniforme** est un champ qui garde en tout point d'une région de l'espace :
- la **même direction** ;
- le **même sens** ;
- la **même valeur**.

Champ de pesanteur

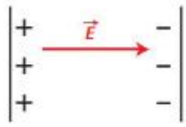
Sur une région de l'espace de faibles dimensions par rapport à la Terre, le champ de pesanteur peut être considéré comme uniforme.



Champ électrique

Le champ électrique entre les plaques d'un condensateur plan chargé est **uniforme.**

$\vec{E}$
- Direction : perpendiculaire aux plaques
- Sens : de la plaque chargée positivement vers la plaque chargée négativement
- Valeur : d'autant plus élevée qu'entre les plaques la tension est grande et la distance faible



❷ MOUVEMENT DANS UN CHAMP DE PESANTEUR UNIFORME

➢ ***Chute libre parabolique*** *Activité expérimentale Angry Birds*

Etudions une situation du célèbre jeu Angry Birds

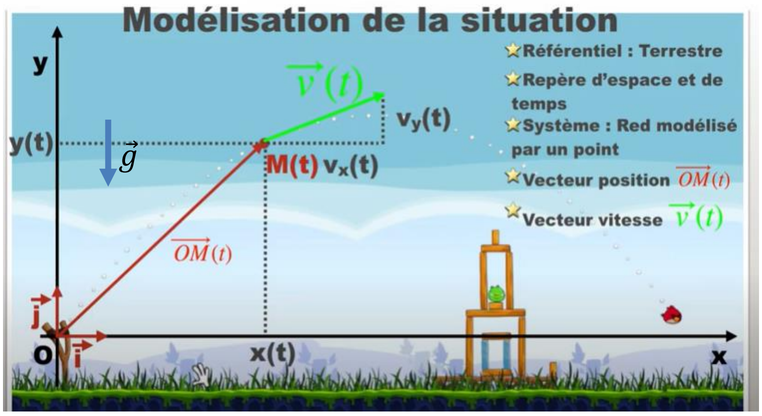
Etape 1 : Bilan des forces s'exerçant sur le système étudié

- Action mécanique exercée par la Terre sur l'objet : **Poids**

$$\vec{P} = m \times \vec{g}$$

- **Frottements de l'air : considérés comme négligeables.**

CHUTE LIBRE !



Etape 2 : Application de la seconde loi de Newton

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\,\overrightarrow{a_G}$$

Comme ici, le poids est la seule force qui intervient (puisque les frottements de l'air sont négligés) alors, l'expression ci-dessus devient :

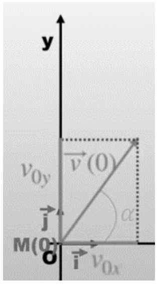
$$\vec{P} = m\,\vec{a} \Leftrightarrow m \times \vec{g} = m\,\vec{a} \Leftrightarrow \boxed{\vec{g} = \vec{a}} \quad (1)$$

CHUTE LIBRE !

Etape 3 : Équations horaires du mouvement

En projetant la relation (1) ci-dessus, dans le repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, on a :

$$\vec{g}\begin{cases} g_x = 0 \\ g_y = -g \end{cases} \Rightarrow \vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \xLeftrightarrow{\text{Intégration}} \vec{v}\begin{cases} v_x(t) = C_1 \\ v_y(t) = -gt + C_2 \end{cases} \qquad \vec{v}(0)\begin{cases} v_{0x} = C_1 = v_0 \times \cos\,\alpha \\ v_{0y} = C_2 = v_0 \times \sin\,\alpha \end{cases}$$



$$\boxed{\vec{v}\begin{cases} v_x(t) = v_0 \times \cos\,\alpha \\ v_y(t) = -gt + v_0 \times \sin\,\alpha \end{cases}}$$

Les constantes C_1, C_2, C_3 et C_4 sont déterminées à partir des conditions initiales (à t = 0 s)

Intégration

$$\overrightarrow{OM}(t)\begin{cases} x(t) = (v_0 \cos\alpha)t + C_3 \\ y(t) = -\dfrac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin\alpha)t + C_4 \end{cases} \qquad \overrightarrow{OM}(0)\begin{cases} x_0 = C_3 = 0 \\ y_0 = C_4 = 0 \end{cases}$$

Mouvement plan

Uniquement 2 coordonnées

$$\boxed{\overrightarrow{OM}(t)\begin{cases} x(t) = (v_0 \cos\alpha)t & (2) \\ y(t) = -\dfrac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin\alpha)t & (3) \end{cases}}$$

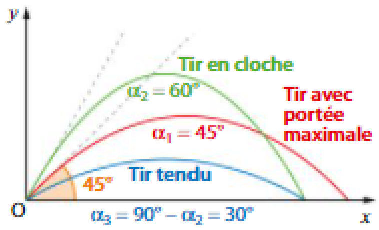
Etape 4 : Équation de la trajectoire y = f(x)

Le but est de « se débarrasser » de la variable t dans l'équation y(t) pour obtenir y(x)

D'après (2) on a $\quad t = \dfrac{x}{v_0 \cos\alpha}$

En remplaçant dans (3) on obtient $\quad \boxed{y(x) = -\dfrac{1}{2}\dfrac{g}{v_0^2 \cos^2\alpha}x^2 + (\tan\alpha)x}$

⇒ Le mouvement du projectile est une parabole plane qui dépend des conditions initiales v_0 et α

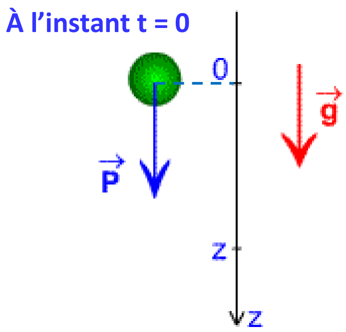


Tout ce qu'on vient de faire en vidéo

Capsule 1

Capsule 2

- ***Chute libre verticale sans vitesse initiale (à toi de jouer !)***



On étudie le mouvement d'une balle de masse m, qui est lâchée sans vitesse initiale dans l'air. On négligera toutes les forces de frottement. L'étude s'effectue dans le référentiel terrestre considéré comme galiléen.

<u>Etape 1 : Bilan des forces s'exerçant sur le système étudié</u>

- ……………………………………………………………….
- Frottements de l'air : considérés comme négligeables.

<u>Etape 2 : Application de la seconde loi de Newton</u>

<u>Etape 3 : Équations horaires du mouvement</u>

En projetant la relation ci-dessus, dans le repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, on a :

$\vec{g}\begin{cases} g_x = \\ g_y = \end{cases} \Rightarrow \vec{a}\begin{cases} a_x = \\ a_y = \end{cases} \underset{\text{Intégration}}{\Leftrightarrow} \vec{v}\begin{cases} v_x(t) = \\ v_y(t) = \end{cases}$ $\quad \vec{v}(0)\begin{cases} v_{0x} = \\ v_{0y} = \end{cases}$

$\boxed{\vec{v}\begin{cases} v_x(t) = \\ v_y(t) = \end{cases}}$

Les constantes sont déterminées à partir des conditions initiales (à *t* = 0 s)

Intégration

$\overrightarrow{\mathrm{OM}}\begin{cases} x(t) = \\ y(t) = \end{cases}$ $\quad \overrightarrow{\mathrm{OM}(0)}\begin{cases} x(0) = \\ y(0) = \end{cases}$

$\boxed{\overrightarrow{\mathrm{OM}}\begin{cases} x(t) = \\ y(t) = \end{cases}}$

A RETENIR :

Le vecteur accélération du centre d'inertie d'un système placé uniquement dans un champ de pesanteur (⇔ en chute libre c'est-à-dire qu'i n'y a que le poids qui s'exerce sur le système) est égal au vecteur champ de pesanteur.

- **Aspect énergétique**

Pour tout mouvement dans un **champ de pesanteur uniforme, en l'absence de frottement**, **l'énergie mécanique** garde une valeur constante, elle se **conserve**. L'énergie potentielle (de pesanteur ou élastique) est intégralement transférée en énergie cinétique et inversement.

$$\boxed{E_m = E_c + E_p = \text{constante}}$$

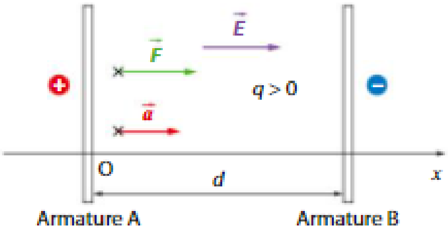
Si les forces de frottement ne sont pas négligeables, l'énergie mécanique diminue au cours du temps.

❸ PARTICULE CHARGEE DANS UN CHAMP ELECTROSTATIQUE *Activité doc*

$$\vec{a}_G = \frac{q}{m}\vec{E} \begin{cases} a_x = \frac{q}{m}E_x \\ a_y = 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{Primitive par rapport au temps } t} \vec{v}_G \begin{cases} v_x(t) = \frac{q}{m}E_x t \\ v_y(t) = 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{Primitive par rapport au temps } t} \overrightarrow{OG} \begin{cases} x(t) = \frac{q}{2m}E_x t^2 \\ y(t) = 0 \end{cases}$$

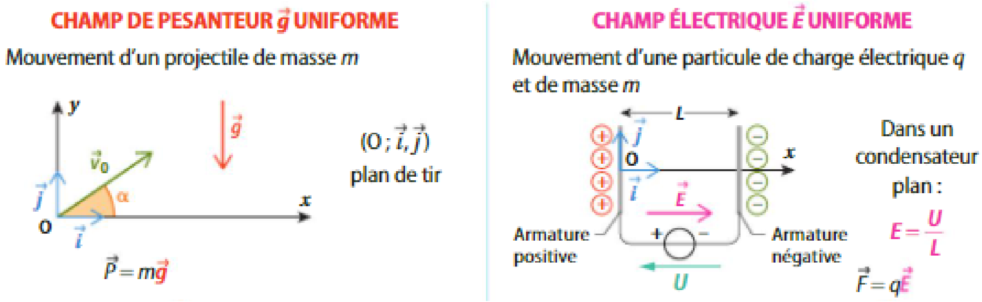
Pour tout mouvement dans un champ électrique uniforme :

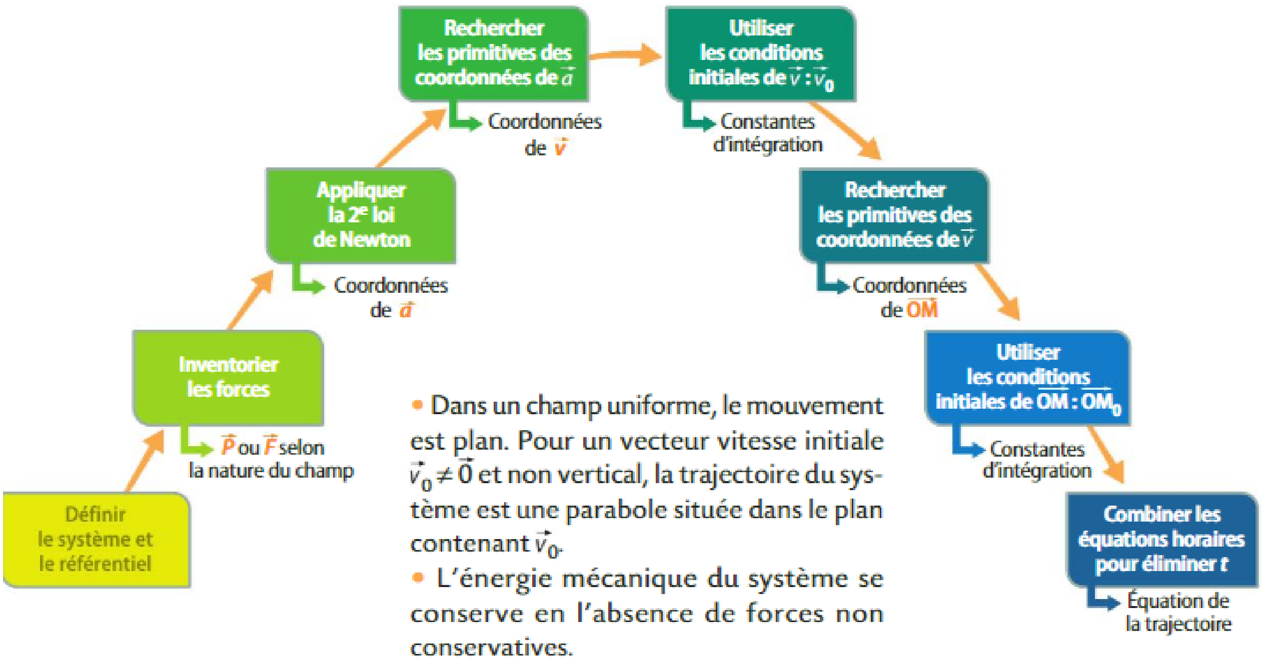
$$\boxed{E_m = E_c + E_{pe} = \frac{1}{2}mv^2 + qV = constante}$$



[Capsule 3]

L'ESSENTIEL A RETENIR





- Dans un champ uniforme, le mouvement est plan. Pour un vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0 \neq \vec{0}$ et non vertical, la trajectoire du système est une parabole située dans le plan contenant $\vec{v}_0$.
- L'énergie mécanique du système se conserve en l'absence de forces non conservatives.