

Partie A – Étude énergétique

1. $E_{PP} = m \cdot g \cdot y$ devient en Python $E_{ppi} = m * g * y[i]$

$E_m = E_c + E_{pp}$ devient en Python $E_{mi} = E_{ci} + E_{ppi}$

2. Dans les premières secondes de la chute, son altitude augmente tandis que sa vitesse diminue.

Ainsi son énergie potentielle ($E_{pp} = m \times g \times z$) augmente et son énergie cinétique ($E_c = \frac{1}{2} m \times v^2$) diminue.

La courbe en pointillés est d'abord décroissante : c'est bien celle de l'énergie cinétique.

$$3. E_c(t=0) = \frac{1}{2} m \times v^2(t=0) \Leftrightarrow v(t=0) = \sqrt{\frac{2 \times E_c(t=0)}{m}}$$

D'après la courbe 3., $E_c(t=0) \approx 190 \text{ J}$ soit $1,9 \times 10^2 \text{ J}$ vu la faible précision de la lecture.

$$\text{Ainsi } v_0 = \sqrt{\frac{2 \times 1,9 \times 10^2}{70}} = 2,3 \text{ m.s}^{-1}.$$

4. L'énergie mécanique d'un système se conserve si celui-ci n'est soumis qu'à des forces conservatives et/ou des forces dont le travail est nul.

Ici, le plongeur est soumis à son poids qui est une force conservative, et à la force de frottement de l'air qui n'est pas une force conservative.

On en déduit que les frottements sont négligeables pour $t \leq 0,4 \text{ s}$ mais qu'ils ne le sont plus après car l'énergie mécanique diminue.

5. Après $0,4 \text{ s}$, on constate que plus l'énergie cinétique ($E_c = \frac{1}{2} m \times v^2$) augmente et plus l'énergie mécanique diminue. La masse du plongeur étant constante, on peut faire le lien entre l'augmentation de la vitesse et l'importance de la diminution de l'énergie mécanique.

En conclusion, plus la vitesse du plongeur est élevée et plus importants sont les frottements (ce que l'on constate facilement en sortant la main d'une voiture en mouvement).

Partie B – Étude cinématique

6. En appliquant les instructions des lignes 24 et 25 du code Python :

$$v_{0x} = \frac{x(t=0,033) - x(t=0)}{0,033 - 0} = \frac{0,050 - 0}{0,033 - 0} = 1,5 \text{ m.s}^{-1}$$

```
24 vxi=(x[i+1]-x[i])/(t[i+1]-t[i])
25 vyi=(y[i+1]-y[i])/(t[i+1]-t[i])
```

$$v_{0y} = \frac{y(t=0,033) - y(t=0)}{0,033 - 0} = \frac{0,060 - 0}{0,033 - 0} = 1,8 \text{ m.s}^{-1}$$

7. On a : $\vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \times \cos \alpha \\ v_{0y} = v_0 \times \sin \alpha \end{cases}$ avec $v_0 = 2,3 \text{ m.s}^{-1}$ d'après la question 3.

$$\text{Donc } \begin{cases} \cos \alpha = \frac{v_{0x}}{v_0} \\ \sin \alpha = \frac{v_{0y}}{v_0} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha = \arccos\left(\frac{v_{0x}}{v_0}\right) \\ \alpha = \arcsin\left(\frac{v_{0y}}{v_0}\right) \end{cases} \text{ soit } \begin{cases} \alpha = \arccos\left(\frac{1,5}{2,3}\right) = 49^\circ \\ \alpha = \arcsin\left(\frac{1,8}{2,3}\right) = 52^\circ \end{cases}$$

Les deux valeurs de α trouvées sont bien de l'ordre de 50° .

Autre méthode : $\frac{v_{0y}}{v_{0x}} = \frac{v_0 \times \sin \alpha}{v_0 \times \cos \alpha} = \tan \alpha$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{v_{0y}}{v_{0x}}\right)$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{1,8}{1,5}\right) \text{ donc } \alpha = 50^\circ$$

8. En appliquant la 2^{ème} loi de Newton ($\sum \vec{F}_{ext} = m \times \vec{a}$) au système {plongeur} dans le référentiel terrestre considéré galiléen : $\vec{P} = m \times \vec{g} = m \times \vec{a}$ donc $\vec{a} = \vec{g}$.

9. Donc $\vec{a} \begin{cases} a_x = g_x = 0 \\ a_y = g_y = -g \end{cases}$

Par définition, $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$, on primitive les coordonnées de \vec{a} pour obtenir les coordonnées de \vec{v} en tenant compte des conditions initiales (C.I.) :

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \xrightarrow[\text{C.I. : } \vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = (v_0 \times \cos \alpha) \\ v_{0y} = (v_0 \times \sin \alpha) \end{cases}]{\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} : \text{on primitive}} \vec{v} \begin{cases} v_x = (v_0 \times \cos \alpha) \\ v_y = -g \times t + (v_0 \times \sin \alpha) \end{cases}$$

10. Par définition, $\vec{v} = \frac{d\overline{OP}}{dt}$, on primitive les coordonnées de \vec{v} pour obtenir les coordonnées de \overline{OP} en tenant compte des conditions initiales (C.I.) :

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = (v_0 \times \cos \alpha) \\ v_y = -g \times t + (v_0 \times \sin \alpha) \end{cases} \xrightarrow[\text{C.I. : } \overline{OP} \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}]{\vec{v} = \frac{d\overline{OP}}{dt} : \text{on primitive}} \overline{OP} \begin{cases} x = (v_0 \cdot \cos \alpha) \cdot t + 0 \\ y = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + (v_0 \cdot \sin \alpha) \cdot t + 0 \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} x(t) = (v_0 \times \cos \alpha) \times t \\ y(t) = -\frac{1}{2} g \times t^2 + (v_0 \times \sin \alpha) \times t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{x}{(v_0 \times \cos \alpha)} \\ y = -\frac{1}{2} g \times \frac{x^2}{(v_0 \times \cos \alpha)^2} + (v_0 \times \sin \alpha) \times \frac{x}{(v_0 \times \cos \alpha)} \end{cases}$$

L'équation de la trajectoire est un polynôme du second degré :

$$y(x) = -\frac{1}{2} g \times \frac{x^2}{(v_0 \times \cos \alpha)^2} + (\tan \alpha) \times x$$

trajectoire représentée sur la figure1.

12. Le plongeur touche la surface de l'eau pour $y = -h$.

En reprenant l'équation horaire de la question 10. : $y(t) = -\frac{1}{2} g \times t^2 + (v_0 \times \sin \alpha) \times t = -h$

Avec : $-\frac{1}{2} g = -\frac{1}{2} \times 9,81 = -4,9$; $v_0 \times \sin \alpha = 1,8$ (question 6.) ; $h = 28$ (énoncé)

Donc $-4,9t^2 + 1,8t = -28 \Leftrightarrow -4,9t^2 + 1,8t + 28 = 0$

On retrouve l'équation (1) demandée.

13. Dans l'hypothèse de la chute libre, on retient pour la valeur de la durée de chute la solution positive (la solution négative n'a pas de réalité physique) : $t_2 = 2,58$ s .

Pour vérifier si cette valeur est en accord avec la durée expérimentale $\Delta t_{\text{exp}} = 2,8$ s , calculons

$$\text{l'écart normalisé (z-score)} : z\text{-score} = \frac{|\Delta t_{\text{exp}} - t_2|}{u(\Delta t_{\text{exp}})} = \frac{|2,8 - 2,58|}{0,3} = 0,73 .$$

L'écart normalisé est inférieur à 2 donc les deux valeurs sont en accord.

14. Dans l'étude prédictive, $t_2 = 2,58$ s or $v(t_2) = \sqrt{v_x^2(t_2) + v_y^2(t_2)}$.

En reprenant les expressions de v_x et v_y de la question 9. :

$$v_x(t_2) = v_0 \times \cos \alpha = v_{0x} = 1,5 \text{ m.s}^{-1} \text{ d'après la question 6.}$$

$$v_y(t_2) = -g \times t_2 + v_0 \times \sin \alpha = -g \times t_2 + v_{0y} = -9,81 \times 2,58 + 1,8 = -23,5 \text{ m.s}^{-1} \text{ d'après la question 6.}$$

$$\text{Finalement : } v(t_2) = \sqrt{1,5^2 + (-23,5)^2} = 23,55 \text{ m.s}^{-1} \text{ ce qui est de l'ordre de } 24 \text{ m.s}^{-1} \text{ avec 2 CS.}$$

15. L'article introductif mentionne une vitesse de 90 km.h^{-1} soit $\frac{90}{3,6} = 25 \text{ m.s}^{-1}$ qui est donc relativement proche des 24 m.s^{-1} trouvés précédemment.

16. Version « simple » : par définition, $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ que l'on va considérer ici proche de $a = \frac{|\Delta v|}{\Delta t}$

$a = \frac{|0 - 23,55|}{0,5} = 47 \text{ m.s}^{-2}$ soit environ 5 fois l'accélération de la pesanteur ce qui est loin d'être négligeable.

Version « rigoureuse » : par définition $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$, par projection sur l'axe Oy on obtient $a_y = \frac{dv_y}{dt}$.

On considère que le mouvement est uniformément ralenti $a_y = \frac{\Delta v_y}{\Delta t}$.

$$a_y = \frac{0 - 23,55}{0,5} = -47 \text{ m.s}^{-2} \quad \text{Rq : } a_y < 0 \text{ car le vecteur } \vec{a} \text{ est orienté vers le haut (freinage).}$$

$a = \|\vec{a}\| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{0^2 + (-47)^2} = 47 \text{ m.s}^{-2}$ soit environ 5 fois l'accélération de la pesanteur ce qui est loin d'être négligeable.