

Chiffres significatifs

Pour évaluer le nombre de chiffres dit significatifs d'une mesure ou valeur, il faut toujours (*du moins au début, avec un peu d'habitude on s'en passe*) exprimer cette mesure à l'aide de la notation scientifique. Mais qu'est-ce donc ?

I. Notation scientifique

Elle consiste à écrire tout résultat sous la forme :

$$a \cdot 10^n$$

où « a » est la mantisse (*le terme correct est significande*)
et « n » la puissance de 10 nécessairement entière (donc $n \in \mathbb{N}$)
et $1 < a < 10$ (encadrement strict).

Par exemple

$$346789 = 3,46789 \cdot 10^5$$

et

$$0,000000456709 = 4,56709 \cdot 10^{-7}$$

II. Chiffres significatifs

C'est le nombre de chiffres nécessaires à l'écriture de « a » (lorsqu'il est sous forme de l'écriture scientifique cela va sans dire).

Dans les deux exemples précédents, on a 6 chiffres significatifs sur 346789 et sur 0,00000456709 aussi !!

Remarque : 000000346789 a autant de c.s. que 346789

Par contre le zéro là lui il compte ...

Et ce n'est pas le seul, de manière générale, **tous les zéros écrit avant (càd à gauche) du résultat sont inutiles par contre ceux qui sont dans ou après sont utiles !!**

III. Mais à quoi ça sert ?

Ben oui vous êtes en droit de vous poser la question !

Voici une réponse possible basée sur un exemple :

Pour un physicien 742 (Volt, Watt, radian ou Joule ou ...) n'est pas égal à 742,0 et encore moins à 742,000..... Oui je sais cela semble contredire les mathématiques, ou du moins ce que vous en avez retenu en général.

La différence repose bien sûr sur le nombre de chiffres significatifs utilisé dans les deux cas (3 pour le premier résultat et 6 pour la dernière mesure). Car pour mesurer 742 V ou 742,000 Volt on n'utilise sans doute pas le même appareil ou du moins pas avec les mêmes calibres. La dernière mesure est beaucoup plus précise que la première !!! et c'est bien cela que « mesure » le nombre de chiffre significatifs. Car tout résultat de mesure en physique donne de manière implicite sa précision...

En effet avec les règles d'arrondis classiques, on a :

Dans le premier cas ($x = 742$)

$$741,5 < x < 742,4$$

Tandis que dans le troisième cas (avec $y = 742,000$)

$$741,995 < y < 742,004$$

Avouez que ce n'est pas la même chose !!

Les notices techniques des instruments de mesures (du voltmètre au tachymètre en passant par un télémètre sans oublier la verrerie jaugée) donnent les précisions attendues lors d'une utilisation nominale. L'emploi de tel ou tel instrument n'est donc pas forcément équivalent pour effectuer une mesure au centième par exemple... de plus le prix des instruments grimpe avec la précision.

Autre exemple : écrire $\pi = 3,14$ ou $3,14159$ ou bien $3,141592654\dots$ avec des milliards de milliards de chiffres significatifs (il y a des mathématiciens qui se « battent » pour établir des records du nombre de décimales de pi *et d'autres nombres dits transcendants ...*) ce n'est pas du tout la même chose.

En effet le nombre « pi » est utilisé dans des logiciels de cryptage, dans le premier cas votre cryptage sera cassé par le premier hackeur venu, par contre dans le second cas il risque (même avec des millions d'ordinateurs –*utilisés à l'insu de la volonté de leur propriétaires légitimes bien sûr*- en parallèle) d'y passer quelques milliards d'années ...ça décourage !

Dans les quatre opérations de base les chiffres significatifs se comporte différemment :

IV. Multiplication et Division

Pour ces deux opérations, **c'est toujours « le plus petit qui l'emporte »**, en effet une multiplication (ou une division car c'est la même chose !) **ne peut pas augmenter la précision sur une valeur.**

Par exemple :

- **$2,0007 \times 5,4 = 11$!!!**
la calculatrice affiche (si vous le lui permettez) $10,80378$ mais il n'y a que deux chiffres significatifs « sur » $5,4$ donc il ne peut pas y en avoir plus sur le résultat final d'où l'arrondi à 11 !
- De même **$8,841/2$ donne 4 !**
la calculatrice affiche $4,4205$

V. Additions et Soustractions

Pour les additions et soustractions, c'est un peu plus compliqué.....

On a par exemple

$8,3567 + 2,23 \neq 10,5867$ car c'est $2,23$ qui impose son **non plus** son nombre de chiffres significatifs mais **le nombre de chiffres après la virgule !!!** d'où $8,3567 + 2,23 = 10,59$! on obtient donc un résultat qui a quatre chiffres significatifs alors que ses « parents » en avaient respectivement 5 et 3 !!!

Et $10\,000,1 - 2,0505$ donne 9998 ... car on ne peut retrancher $0,0505$ à $0,1$ Car on n'a pas assez de précision sur le « $0,1$ » pour pouvoir effectuer la soustraction ! Ici le résultat a 4 chiffres significatifs alors qu'on partait de 6 et 5 !!!!

Ce qui sert de guide dans ce cas, c'est la notion de précision !! **Une addition ou une soustraction ne peut pas donner plus de précision (sur les chiffres après la virgule, car c'est là que le bât blesse) que ce que permettent les chiffres après la virgule des « parents »**

Par contre quand il n'y a pas de chiffres après la virgule, les opérations s'effectuent de manière classique. Par exemple : $25 + 3652$ est bien égal à 3677 !!!

Exercices sur les chiffres significatifs

1. Établir le nombre de chiffres significatifs dans les nombres suivants.

- | | |
|--------------------------|-----------------------|
| a) 67,1 | h) $6,30 \times 10^5$ |
| b) 0,072 | i) $5,0 \times 10^4$ |
| c) 3,1416 | j) 3,0054 |
| d) 6,28 | k) 0,0054 |
| e) 0,001 73 | l) 0,100 |
| f) 0,000 056 | m) 0,000 400 0 |
| g) $2,30 \times 10^{-9}$ | |

2. Exprimer le nombre en tenant compte du nombre de chiffres significatifs demandé entre parenthèses.

- | | |
|---------------------|----------------------------|
| a) 6 243 (2) | j) 21 500 (3) |
| b) 4 270 (2) | k) 1,2037 (3) |
| c) 0,00 673 8 (3) | l) 0,007 (3) |
| d) 240 000 (3) | m) 6, 001 (3) |
| e) 0,006748 (1) | n) 43,715 (4) |
| f) 238,62 (3) | o) 3,145 9 (3) |
| g) 1999,9 (3) | p) 6,345 (2) |
| h) 0,000 600 00 (3) | q) 59 393 (3) |
| i) 0,057 96 (2) | r) $5,001 \times 10^5$ (3) |

3. Effectuer les opérations en tenant compte des chiffres significatifs en considérant tous les chiffres comme des mesures.

a) $6 \times 6 =$

b) $4,0 + 12 =$

c) $54,2 - 53,2 =$

d) $4,0 \times 10^2 + 4,0 \times 10^1 =$

e) $100 \div 1 =$

f) $100 \times 100 =$

g) $22 \div 7 =$

h) $72^3 =$

i) $2,53 \times 4,7 =$

j) $13,7 + 141 =$

k) $7,28 \times 10^2 + 42,7 =$

l) $\frac{16 \times 0,567}{304} =$

m) $49 \div 70 =$

n) $0,005 \div 0,02 =$

o) $600 \times 30 =$

p) $2,0 \div 0,5 =$

q) $22,2 \times 0,0012 =$

r) $100,0 \div 0,0023 =$

s) $0,050 + 0,00621 =$

t) $3,1 \times 10^{-3} + 5,0 \times 10^{-7} =$

u) $5,701 \times 1200,0 \times 0,005 =$

v) $\frac{325,0 \times 5,000}{4,25 - 3,678} =$

4. Exprimer les résultats suivants en tenant compte des chiffres significatifs et des unités. Tous les nombres sans unités sont considérés comme des nombres mathématiques.

a) $6,00 \text{ g} \times 4,2 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} \times 26,3 ^\circ\text{C} =$

b) $3,64 \text{ g} \times 4,5406 \text{ mL} =$

c) $\frac{2,00 \times 10^3 \text{ J}}{8,0 \times 10^2 \text{ s}} =$

d) $\frac{4,854 \text{ m} + 3,60 \text{ cm}}{2} =$

e) $4,54 \text{ g} \div 35,5 \frac{\text{g}}{\text{mol}} =$

f) $4,2 \text{ cm} + 4,6 \text{ cm} =$

g) $4 \text{ m}^2 - 200 \text{ cm}^2 =$

h) $32,6 \times 10^4 \text{ kg} \times 0,74 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} =$

i) $6,3 \text{ m} \times 2,4 \text{ s}^{-2} =$

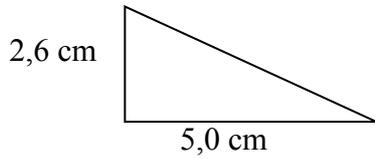
j) $1 \text{ m} \div 4 \text{ s} =$

k) $(31,3 \text{ m})^2 =$

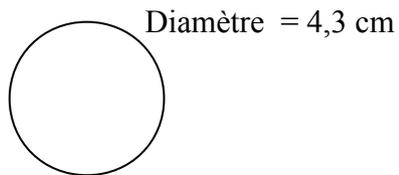
l) $96,2 \text{ N} - 12,29 \text{ N} =$

5. Calculez en tenant compte des chiffres significatifs.

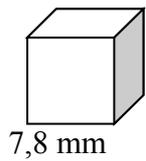
a) L'aire de ce triangle



b) L'aire de ce cercle

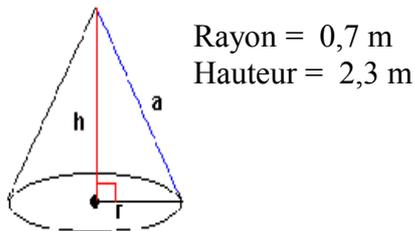


c) Le volume de ce cube



d) Le volume de ce cône

$$\frac{A_{\text{base}} \times h}{3} = (\pi r^2 h) / 3 =$$



6. Effectuez les opérations suivantes en tenant compte des chiffres significatifs.

a) $1,2 \times 10^2 \text{ V} \times 2,5 \text{ A} =$

b) $10,8 \text{ g} + 0,125 \text{ g} + 4,25 \text{ g} =$

c) $0,288 \text{ g} \div 0,4 \text{ cm}^3 =$

d) $4,5 \times 10^3 \text{ W} \div 20,25 \text{ A} =$

e) $60,6 \text{ mL} - 10,25 \text{ mL} =$

f) $4,5 \times 10^{-1} \text{ mol} \div 115,4 \text{ s} =$

g) $(45 \text{ m/s} - 25 \text{ m/s}) \div 2 \text{ s} =$

h) $(2,3 \times 10^3 \text{ m} - 1,5 \times 10^3 \text{ m}) \div 1 \times 10^2 \text{ s} =$

i) $1,5 \times 10^3 \text{ mL} - 3 \times 10^2 \text{ mL} =$

j) $0,785 \text{ m} + 1,25 \text{ m} + 13,5 \text{ m} =$

k) $(2,32 \text{ g} - 0,45 \text{ g}) + 32 \text{ g} + 5,5 \text{ g} =$

l) $245,37 \text{ g} \div 75 \text{ mL} =$

m) $2,8 \text{ cm} \times 14,6 \text{ cm} =$

n) $122,2 \text{ N} \times 2,2 \text{ m} =$

o) $28,58 \text{ kg} \times 2,6 \times 10^{-1} \text{ m} \div 9 \text{ s}^2 =$

7. Suite à des mesures, nous avons déterminé que l'aire d'un disque était de $21,2 \text{ m}^2$.

a) Quel est le rayon de ce cercle ?

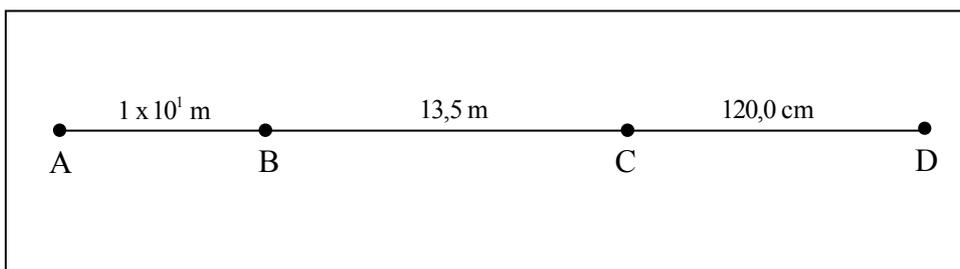
b) Quel est le diamètre de ce cercle ?

8. Soit un cercle de $7,0 \text{ m}$ de rayon.

a) Détermine la circonférence de ce cercle en utilisant la formule $2\pi r$.

b) Détermine la circonférence de ce cercle en utilisant la formule πd .

9. À l'aide du schéma suivant détermine la distance qui sépare les points A et D.



10. Un fabricant de barre de métal très consciencieux indique sur ses barres la longueur de celle-ci en tenant compte des chiffres significatifs. Il a devant lui une barre A marquée $5,0 \text{ cm}$. Il doit maintenant choisir ce qu'il devra écrire sur la barre B qui est exactement 3 fois la longueur de la barre A. Choisis le bon nombre et justifie ton choix.

a) 15 cm

b) $15,0 \text{ cm}$

c) $2 \times 10^1 \text{ cm}$

Corrigé des exercices sur les chiffres significatifs

1. Établir le nombre de chiffres significatifs dans les nombres suivants.

n) 67,1 3

u) $6,30 \times 10^5$ 3

o) 0,072 2

v) $5,0 \times 10^4$ 2

p) 3,1416 5

w) 3,0054 5

q) 6,28 3

x) 0,0054 2

r) 0,001 73 3

y) 0,100 3

s) 0,000 056 2

z) 0,000 400 0 4

t) $2,30 \times 10^{-9}$ 3

2. Exprimer le nombre en tenant compte du nombre de chiffres significatifs demandé entre parenthèses.

s) 6 243 (2) **$6,2 \times 10^3$**

gg) 3,145 9 (3) **3,15**

t) 4 270 (2) **$4,3 \times 10^3$**

hh) 6,345 (2) **6,3**

u) ,0,00 673 8 (3) **0,006 74 ou $6,74 \times 10^{-3}$**

ii) 59 393 (3) **$5,94 \times 10^4$**

v) 240 000 (3) **$2,40 \times 10^5$**

jj) $5,001 \times 10^5$ (3) **$5,00 \times 10^5$**

w) 0,006748 (1) **0,007 ou 7×10^{-3}**

x) 238,62 (3) **239 ou $2,39 \times 10^{-2}$**

y) 1999,9 (3) **$2,00 \times 10^3$**

z) 0,000 600 00 (3) **0,000 600 ou $6,00 \times 10^{-4}$**

aa) 0,057 96 (2) **0,058 ou $5,8 \times 10^{-2}$**

bb) 21 500 (3) **$2,15 \times 10^4$**

cc) 1,2037 (3) **1,20**

dd) 0,007 (3) **0,007 00 ou $7,00 \times 10^{-3}$**

ee) 6, 001 (3) **6,00**

ff) 43,715 (4) **43,72 ou $4,372 \times 10^{-3}$**

3. Effectuer les opérations en tenant compte des chiffres significatifs en considérant tous les chiffres comme des mesures.

w) $6 \times 6 = 4 \times 10^1$

x) $4,0 + 12 = 16$ ou $1,6 \times 10^1$

y) $54,2 - 53,2 = 1,0$

z) $4,0 \times 10^2$ (**400**) + $4,0 \times 10^1$ (**40**) = $4,4 \times 10^2$ (car $4,0 \times 10^2$ est précis à la dizaine)

aa) $100 \div 1 = 1 \times 10^2$

bb) $100 \times 100 = 1,00 \times 10^4$

cc) $22 \div 7 = 3$

dd) $72^3 = 3,7 \times 10^5$

ee) $2,53 \times 4,7 = 12$ ou $1,2 \times 10^1$

ff) $13,7 + 141 = 155$ ou $1,55 \times 10^2$

gg) $7,28 \times 10^2$ (**728**) + $42,7 = 771$ (car $7,28 \times 10^2$ est précis à l'unité) ou $7,71 \times 10^2$

hh) $\frac{16 \times 0,567}{304} = 0,030$ ou $3,0 \times 10^{-2}$

ii) $49 \div 70 = 0,70$ ou $7,0 \times 10^{-1}$

jj) $0,005 \div 0,02 = 0,3$ ou 3×10^{-1}

kk) $600 \times 30 = 1,8 \times 10^4$

ll) $2,0 \div 0,5 = 4$

mm) $22,2 \times 0,0012 = 0,027$ ou $2,7 \times 10^{-2}$

nn) $100,0 \div 0,0023 = 4,3 \times 10^4$

oo) $0,050 + 0,00621 = 0,056$ ou $5,6 \times 10^{-2}$

pp) $3,1 \times 10^{-3} + 5,0 \times 10^{-7} = 0,0031$ ou $3,1 \times 10^{-3}$

qq) $5,701 \times 1200,0 \times 0,005 = 3 \times 10^1$

rr) $\frac{325,0 \times 5,000}{4,25 - 3,678} = 2,84 \times 10^3$

4. Exprimer les résultats suivants en tenant compte des chiffres significatifs et des unités. Tous les nombres sans unités sont considérés comme des nombres mathématiques.

m) $6,00 \text{ g} \times 4,2 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} \times 26,3 ^\circ\text{C} = 6,6 \times 10^2 \text{ J}$

n) $3,64 \text{ g} \times 4,5406 \text{ mL} = 16,5 \text{ ou } 1,64 \times 10^1 \text{ g} \cdot \text{mL}$

o) $\frac{2,00 \times 10^3 \text{ J}}{8,0 \times 10^2 \text{ s}} = 2,5 \text{ J/s}$

p) $\frac{4,854 \text{ m} + 3,60 \text{ cm}}{2} = 245 \text{ cm ou } 2,45 \text{ m}$

q) $4,54 \text{ g} \div 35,5 \frac{\text{g}}{\text{mol}} = 0,128 \text{ ou } 1,28 \times 10^{-1} \text{ mol}$

r) $4,2 \text{ cm} + 4,6 \text{ cm} = 8,8 \text{ cm}$

s) $4 \text{ m}^2 - 200 \text{ cm}^2 = 39\,800 \text{ ou } 3,9800 \times 10^4 \text{ cm}^2$ ($4 \text{ m}^2 = 40\,000 \text{ cm}^2$)

t) $32,6 \times 10^4 \text{ kg} \times 0,74 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 2,4 \times 10^5 \text{ N ou } \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$

u) $6,3 \text{ m} \times 2,4 \text{ s}^{-2} = 15 \text{ ou } 1,5 \times 10^1 \text{ m/s}^2$

v) $1 \text{ m} \div 4 \text{ s} = 0,3 \text{ ou } 3 \times 10^{-1} \text{ m/s}$

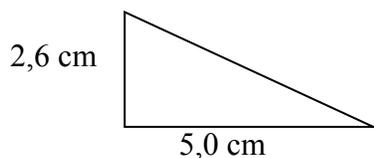
w) $(31,3 \text{ m})^2 = 980 \text{ ou } 9,80 \times 10^2 \text{ m}^2$

x) $96,2 \text{ N} - 12,29 \text{ N} = 83,9 \text{ ou } 8,39 \times 10^1 \text{ N}$

5. Calculez en tenant compte des chiffres significatifs.

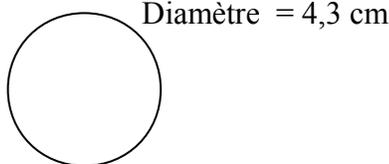
a) L'aire de ce triangle

$$\frac{b \times h}{2} = \frac{2,6 \text{ cm} \times 5,0 \text{ cm}}{2} = 6,5 \text{ cm}^2$$



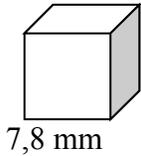
b) L'aire de ce cercle

$$\pi r^2 = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \pi \times \left(\frac{4,3 \text{ cm}}{2}\right)^2 = 15 \text{ ou } 1,5 \times 10^1 \text{ cm}^2$$



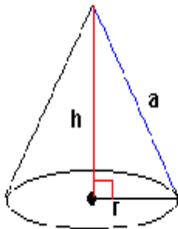
c) Le volume de ce cube

$$c^3 = (7,8 \text{ mm})^3 = 4,7 \times 10^2 \text{ mm}^3$$



d) Le volume de ce cône

$$\frac{A_{\text{base}} \times h}{3} = (\pi r^2 h) / 3 = (\pi(0,7\text{m})^2 \times 2,3 \text{ m}) / 3 = 1 \text{ m}^3$$



Rayon = 0,7 m
Hauteur = 2,3 m

6. Effectuez les opérations suivantes en tenant compte des chiffres significatifs.

- p) $1,2 \times 10^2 \text{ V} \times 2,5 \text{ A} = 3,0 \times 10^2 \text{ W}$
- q) $10,8 \text{ g} + 0,125 \text{ g} + 4,25 \text{ g} = 15,2 \text{ ou } 1,52 \times 10^1 \text{ g}$
- r) $0,288 \text{ g} \div 0,4 \text{ cm}^3 = 0,7 \text{ g/cm}^3 \text{ ou } 0,7 \text{ g/mL}$
- s) $4,5 \times 10^3 \text{ W} \div 20,25 \text{ A} = 2,2 \times 10^2 \text{ V}$ (unité : voir a)
- t) $60,6 \text{ mL} - 10,25 \text{ mL} = 50,4 \text{ ou } 5,04 \times 10^1 \text{ mL}$
- u) $4,5 \times 10^{-1} \text{ mol} \div 115,4 \text{ s} = 0,0039 \text{ ou } 3,9 \times 10^{-3} \text{ mol/s}$
- v) $(45 \text{ m/s} - 25 \text{ m/s}) \div 2 \text{ s} = 1 \times 10^1 \text{ ms}^{-2}$
- w) $(2,3 \times 10^3 \text{ m} - 1,5 \times 10^3 \text{ m}) \div 1 \times 10^2 \text{ s} = 8 \text{ m/s}$
- x) $1,5 \times 10^3 \text{ mL} - 3 \times 10^2 \text{ mL} = 1,2 \times 10^3 \text{ mL}$
- y) $0,785 \text{ m} + 1,25 \text{ m} + 13,5 \text{ m} = 15,5 \text{ ou } 1,55 \times 10^1 \text{ m}$
- z) $(2,32 \text{ g} - 0,45 \text{ g}) + 32 \text{ g} + 5,5 \text{ g} = 39 \text{ ou } 3,9 \times 10^1 \text{ g}$
- aa) $245,37 \text{ g} \div 75 \text{ mL} = 3,3 \text{ g/mL}$
- bb) $2,8 \text{ cm} \times 14,6 \text{ cm} = 41 \text{ ou } 4,1 \times 10^1 \text{ cm}^2$
- cc) $122,2 \text{ N} \times 2,2 \text{ m} = 2,7 \times 10^2 \text{ J}$
- dd) $28,58 \text{ kg} \times 2,6 \times 10^{-1} \text{ m} \div 9 \text{ s}^2 = 0,8 \text{ ou } 8 \times 10^{-1} \text{ N}$

7. Suite à des mesures, nous avons déterminé que l'aire d'un disque était de $21,2 \text{ m}^2$.

c) Quel est le rayon de ce cercle ?

$$A_{\text{disque}} = \pi r^2 \rightarrow r = \sqrt{\frac{A_{\text{disque}}}{\pi}} = \sqrt{\frac{21,2 \text{ m}^2}{\pi}} = \mathbf{2,60 \text{ m}}$$

d) Quel est le diamètre de ce cercle ?

$$D = 2r = 2 \times 2,60 \text{ m} = \mathbf{5,20 \text{ m}}$$

8. Soit un cercle de 7,0 m de rayon.

c) Détermine la circonférence de ce cercle en utilisant la formule $2\pi r$.

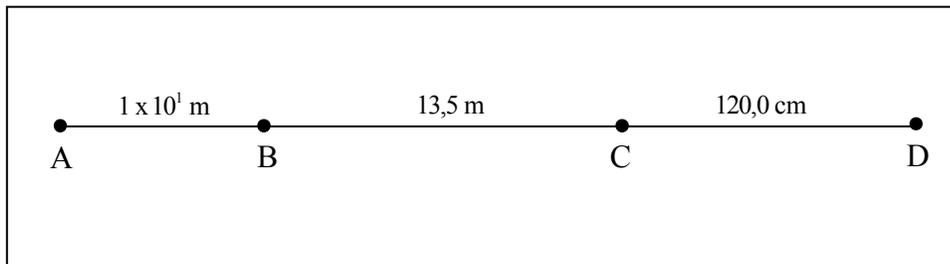
$$2 \times \pi \times 7,0 \text{ m} = \mathbf{44,0 \text{ m}}$$

d) Détermine la circonférence de ce cercle en utilisant la formule πd .

$$d = 2 \times 7,0 = 14,0 \text{ m}$$

$$\pi \times 14,0 \text{ m} = \mathbf{44,0 \text{ m}}$$

9. À l'aide du schéma suivant détermine la distance qui sépare les points A et D.



$$1 \times 10^1 \text{ m} + 13,5 \text{ m} + 1,200 \text{ m} = 24,7 \text{ m} \approx \mathbf{2 \times 10^1 \text{ m}}$$