

PREMIERE PARTIE : EUREKA, J'AI TROUVÉ !**CONTEXTE DU SUJET**

Vous participez à un jeu « Euréka » qui consiste à retrouver le nom d'un liquide inconnu parmi trois proposés en utilisant la notion de poussée d'Archimède.

Pour se faire, un protocole vous est proposé. Celui qui gagnera le concours sera celui qui, une fois le résultat trouvé, criera le plus vite « Eurêka, j'ai trouvé ! ».

QUELQUES DOCUMENTS POUR VOUS AIDER !**Document 1 : La légende d'Archimède**

Très porté sur la physique, donc, on raconte qu'Archimède, scientifique grec passionné du 3^e siècle avant J.C., fait une découverte capitale en prenant son bain. A l'époque, le roi de Syracuse, Hiéron, lui demande si sa couronne est faite d'or pur ou d'un alliage. Or, pour le savoir, il faudrait en connaître la densité, ce qui signifie avoir accès au poids et au volume de la couronne. La peser est aisé : il suffit de la mettre sur une balance. Mais comment calculer son volume ? Sa forme est trop complexe pour le mesurer directement.

C'est à cette question qu'Archimède réfléchit dans son bain. Soudain, il remarque que le poids de ses membres diminue. Il comprend que cette perte de poids correspond au volume d'eau déplacée. Or, l'eau étant liquide, elle peut se mettre dans une boîte dont on peut mesurer le volume. En plongeant la couronne dans l'eau et en récupérant l'eau déplacée, on peut donc ainsi connaître son volume. De cette façon, muni du poids et du volume de la couronne, Archimède détermine la densité globale de la couronne.

La légende ne mentionne pas le verdict mais raconte que le savant, euphorique de sa découverte, sort nu dans la rue en criant "Euréka !" (j'ai trouvé).

**Document 2 : La poussée d'Archimède incomplète !**

Tout corps, plongé dans un fluide, subit une action mécanique exercée par ce fluide modélisée par une force $\vec{\pi}_A$, dirigée vers le haut, de valeur égale au poids du volume de fluide déplacé.

Cette force est appelée poussée d'Archimède notée $\vec{\pi}_A$:

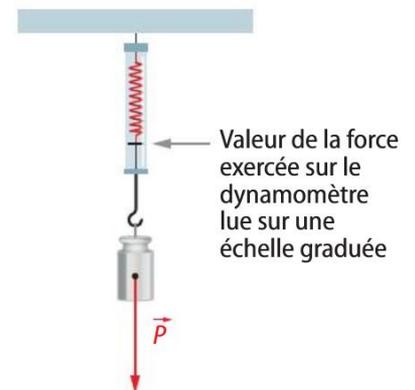
$$\vec{\pi}_A = -m_f \times \vec{g} = -\rho_f \times V \times \vec{g}$$

Avec m_f : masse de fluide déplacé en kg ; ρ_f : masse volumique de fluide en $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$; V : volume de fluide déplacé en m^3 ; g : intensité de la pesanteur en $\text{N} \cdot \text{kg}^{-1}$ et π_A en Newton (N)

On appelle **poids apparent d'un objet** la différence entre le poids réel d'un objet et la poussée d'Archimède exercée sur ce même objet plongé dans un fluide.

Document 3 : Principe du dynamomètre

Un dynamomètre permet de mesurer la valeur de la force qui s'exerce sur lui. Par exemple, dans le cas ci-contre, la masse marquée suspendue exerce une force sur le dynamomètre qui correspond au poids de cette masse.

**Document 4 : Protocole**

- Accrocher une masse marquée à un dynamomètre.
- Noter le poids initial P.
- Introduire un volume connu de liquide dans une éprouvette graduée.
- Plonger la masse marquée, accrochée au dynamomètre, dans l'éprouvette contenant le liquide.
- Noter le volume final de la masse et la valeur du poids apparent P_{apparent} .
- Faire une série de mesures pour différentes valeurs de masses.

RÉALISER

→ Mettre en œuvre le protocole avec le liquide inconnu présent sur votre paillasse.

	1	2	3	4	5	6
Masse en g m	50	100	150	200	300	400
Poids en N $P = m \times g$	0,4905	0,981	1,4715	1,962	2,943	3,924
Poids apparent en N P_{apparent}	0,4	0,8	1,25	1,75	2,5	3,4
Volume en mL V_{fluide}	5	12	20	26	38	50

ANALYSER ET VALIDER

1. En appliquant le principe d'inertie et à l'aide de la manipulation, déduire la direction et le sens de la poussée d'Archimède.

Systeme étudié {masse}

Référentiel terrestre supposé galiléen

Bilan des forces : Poids \vec{P} (verticale vers le bas), Tension exercée par le dynamomètre ou poids apparent \vec{P}_{app} (verticale vers la haut) et Poussée d'Archimède $\vec{\pi}$

Dans le liquide inconnu, la masse est à l'équilibre donc d'après le principe d'inertie $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0}$

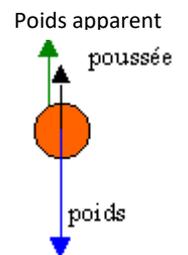
Soit $\vec{P} + \vec{P}_{\text{app}} + \vec{\pi}_A = \vec{0}$

$$\vec{\pi}_A = -\vec{P} - \vec{P}_{\text{app}}$$

Si on projette sur un axe vertical orienté vers le haut, la relation devient :

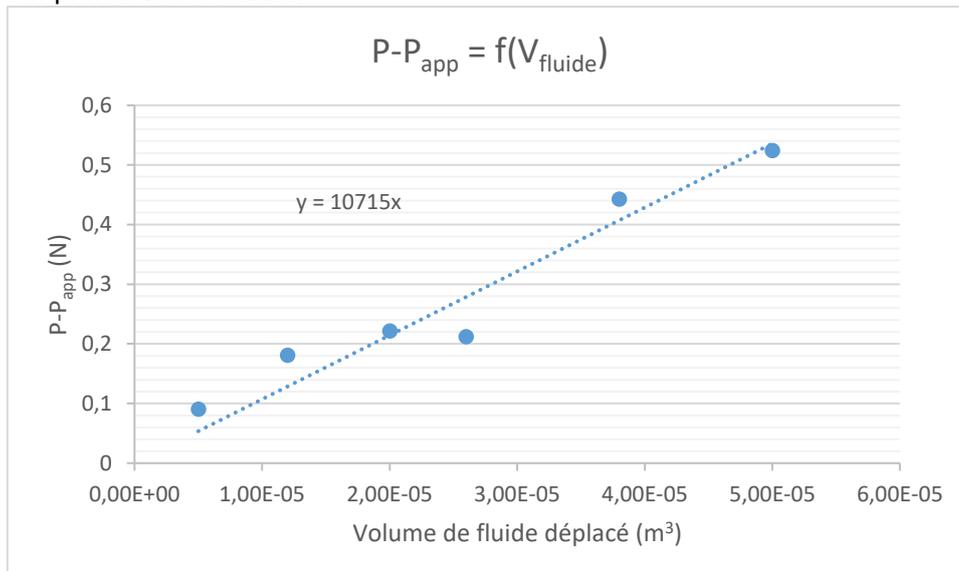
$$\pi_A = -(-P) - P_{\text{app}} = P - P_{\text{app}} > 0 \text{ (d'après nos mesures)}$$

donc la poussée d'Archimède est verticale est orientée vers le haut



→ À l'aide d'un tableur, tracer le graphe $P - P_{\text{apparent}} = f(V_{\text{fluide}})$.

→ Modéliser et imprimer votre courbe.



2. En déduire la valeur de la masse volumique ρ_{fluide} puis de la densité d_{fluide} du fluide étudié.

L'expression de la poussée d'Archimède est

$$\vec{\pi}_A = -m_f \times \vec{g} = -\rho_f \times V_{\text{fluide}} \times \vec{g}$$

Soit en norme $\pi_A = P - P_{\text{app}} = \rho_f \times V_{\text{fluide}} \times g$

Si on trace $P - P_{\text{app}}$ en fonction de V_{fluide} , on doit obtenir une droite passant par l'origine de coefficient directeur égal à $\rho_f \times g$

$$\text{Ici } \rho_f \times g = 10715 \text{ N} \cdot \text{m}^{-3} \text{ soit } \rho_f = \frac{10715}{9,81} = 1092 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

$$d = \frac{\rho_f}{\rho_{eau}} = \frac{1092}{1000} = 1,092$$

3. En déduire le fluide étudié à partir de ceux qui vous sont proposés. **Eurêka, vous avez trouvé ! Manifestez-vous !**

Ce qui peut correspondre à l'eau salée



VALIDER : JE TRAVAILLE LE GRAND ORAL !



Voici deux situations qui illustrent la poussée d'Archimède. Vous devez réaliser une explication de 5 minutes maximum expliquant chacune d'entre elles.

Situation 1 : Le Nautille

Depuis 1984, le *Nautille*, un sous-marin habité de l'IFREMER, est à l'origine de nombreuses découvertes scientifiques (voir photo ci-contre: images sous-marines du sous-marin *Nautille* pendant la mission ESSNAUT 2016).

Pour plonger, le *Nautille* est doté de deux ballasts de 600 litres chacun, c'est-à-dire de réservoirs qui peuvent se remplir d'eau ou d'air.

● Comment expliquer le rôle des ballasts d'un sous-marin ?



Situation 2 : Les icebergs

Un iceberg est bloc d'eau douce flottant dans les océans. Comment expliquer qu'environ 1/10 seulement de son volume émerge de la surface de l'eau ?



DONNÉES

- ▶ Intensité de pesanteur : $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.
- ▶ Masses volumiques : $\rho_{\text{glace}} = 910 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$; $\rho_{\text{eau à } 20^\circ\text{C}} = 998 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$;
- ▶ $\rho_{\text{eau des océans}} = 1\,024 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

DEUXIEME PARTIE : BERNOULLI ET L'ÉCOULEMENT D'UN FLUIDE

CONTEXTE DU SUJET

Un château d'eau est utile pour stocker l'eau et la redistribuer au moment souhaité. Il existe une relation entre la hauteur d'eau dans le château, la vitesse de sortie de l'eau au robinet et la pression : c'est la relation de Bernoulli !

Comment exploiter la relation de Bernoulli ?



QUELQUES DOCUMENTS

Document 1 : Débit volumique

Le débit volumique D_v est égal au volume V de fluide sortant d'un réservoir, divisé par la durée Δt pendant laquelle ce volume s'écoule :

$$D_v \text{ en } \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1} \rightarrow D_v = \frac{V}{\Delta t} \quad \begin{array}{l} \leftarrow V \text{ en } \text{m}^3 \\ \rightarrow \Delta t \text{ en } \text{s} \end{array}$$

Dans un vase de Mariotte, le débit volumique D_v du fluide est constant pendant la vidange du vase tant que la hauteur du liquide restant ne devient pas inférieure à H . Il est égal au produit de la surface S de la section du tuyau de sortie par la valeur v de la vitesse du fluide au niveau de cette section : $D_v = S \times v$.

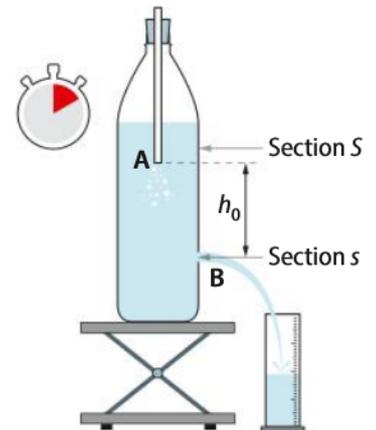
Document 2 : Schéma modèle de la situation expérimentale

La pression est la même en bas de la paille (au point A) et en sortie (au point B) de l'écoulement (pression atmosphérique p_0).

h_0 : hauteur du bas de la paille depuis le trou d'évacuation

S : section de la partie supérieure du récipient (m^2)

s : section de la partie inférieure du récipient (m^2)



Document 3 : Relation de Bernoulli

Relation de Bernoulli

Elle s'applique dans les conditions suivantes :

- un fluide non visqueux de masse volumique constante ;
- un écoulement sans tourbillon dans un champ de pesanteur uniforme ;
- la vitesse en un point du fluide est indépendante du temps.

La relation de Bernoulli s'écrit alors :

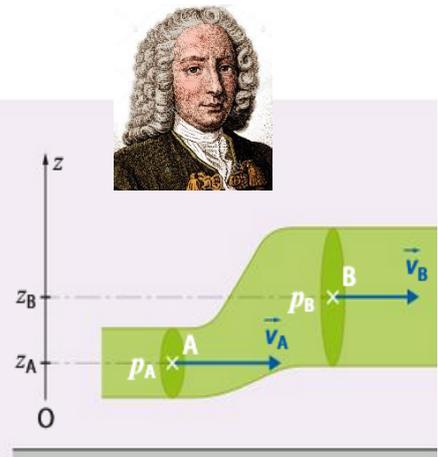
v_A : vitesse du fluide au point A ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)

p_A : pression au point A (Pa) ρ : masse volumique du fluide ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)

$$\frac{\rho v_A^2}{2} + \rho g z_A + p_A = \frac{\rho v_B^2}{2} + \rho g z_B + p_B$$

z_A : altitude du point A (m)

g : intensité du champ de pesanteur $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$



Document 4 : Protocole

Pour un vase « fait-maison »

- 1 Percer la bouteille à quelques cm du fond d'un trou d'un diamètre connu
- 2 Boucher le trou de la bouteille avec de la pâte à fixe.
- 3 Percer le bouchon de la bouteille du diamètre de la paille utilisée et la faire entrer dans la bouteille
- 4 Remplir la bouteille d'eau et visser le bouchon.
- 5 Faire coulisser la paille dans le bouchon pour positionner le bas de la paille à une hauteur h_0 au-dessus du trou, et colmater le bouchon avec de la pâte à fixe.
- 6 Mesurer la hauteur h_0 .
- 7 Enlever la pâte à fixe de la bouteille pour laisser s'écouler l'eau et attendre que des bulles d'air s'échappent de la paille.
- 8 À un instant choisi comme instant initial (t_i), déclencher le chronomètre tout en recueillant l'eau qui coule dans l'éprouvette graduée
- 9 À un instant choisi comme instant final (t_f), tel que le niveau de l'eau soit toujours au-dessus du bas de la paille, stopper le chronomètre tout en retirant l'éprouvette graduée.
- 10 Relever le volume d'eau V recueilli et compléter un tableau de valeurs de h_0 , V et $\Delta t = t_f - t_i$. Mesurer le diamètre de la section B.

Matériel

Bouteille en plastique • Paille transparente à section constante et lisse graduée • Pâte à fixe • Chronomètre • Éprouvette graduée • Règle graduée • Ordinateur avec tableur-grapheur.

RÉALISER ET ANALYSER

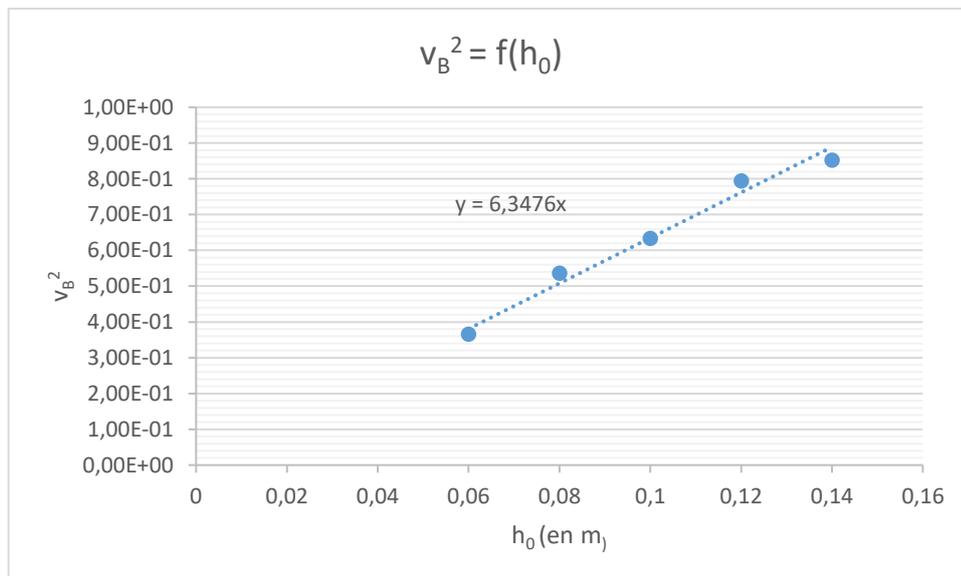
→ Mettre en œuvre le protocole expérimental fourni et noter vos résultats dans les trois premières lignes du tableau ci-dessous :

h_0 en cm	6	8	10	12	14
V en cm^3	19	23	25	28	29
$\Delta t = t_f - t_i$ en s	10	10	10	10	10
$D_v = V/\Delta t$ En $\text{cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$	1,9	2,3	2,5	2,8	2,9
$v_B = D_v/s$ en $\text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$	60,5	73,2	79,6	89,1	92,3

s : section du trou au fond de la bouteille (diamètre de 2 mm) $s = \pi r^2$

→ Calculer et compléter les dernières lignes du tableau.

→ Tracer à l'aide d'un tableur grapheur la courbe $v_B^2 = f(h_0)$ et modéliser celle-ci. Imprimer votre courbe.



ANALYSER

1. Ecrire la relation entre S , s , v_A et v_B et comparer v_A et v_B .

Le débit est constant donc $S \times v_A = s \times v_B$

2. En appliquant la relation de Bernoulli entre A et B, exprimer v_B en fonction de h_0 et retrouver la formule dite de Torricelli. Vos justifications devront être claires.

$$\frac{\rho v_A^2}{2} + \rho g z_A + p_A = \frac{\rho v_B^2}{2} + \rho g z_B + p_B$$

$p_A = p_B =$ pression atmosphérique donc il vient :

$$\frac{\rho v_A^2}{2} + \rho g z_A = \frac{\rho v_B^2}{2} + \rho g z_B$$

On simplifie par ρ

Formule de Torricelli

Toricelli a établi en 1643 que le carré de la vitesse d'écoulement d'un fluide sous l'effet de la pesanteur est proportionnel à la hauteur de fluide située au-dessus de l'ouverture par laquelle il s'échappe du cylindre qui le contient.

$$v^2 = 2gh$$

v : vitesse d'écoulement g : intensité du champ de pesanteur
 h : hauteur de fluide

$$\frac{v_A^2}{2} + gz_A = \frac{v_B^2}{2} + gz_B$$

En A on suppose que la vitesse est très faible devant la vitesse en B, on peut considérer qu'elle est nulle

$$gz_A = \frac{v_B^2}{2} + gz_B$$

$$v_B^2 = 2g(z_A - z_B)$$

$$v_B^2 = 2gh$$

$$v_B = \sqrt{2gh}$$



3. Conclure sur la validité d'application de la relation de Bernoulli lors de l'expérience avec l'utilisation du vase de Mariotte « fait-maison ». Vous proposerez des améliorations expérimentales.

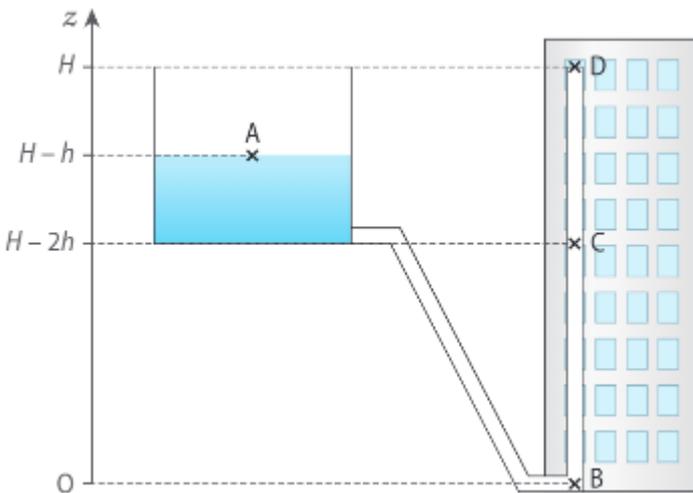
Si on trace v_B^2 en fonction de h_0 , on doit obtenir une droite passant par l'origine de coefficient directeur égal à $2g$

Sur notre graphique on a $2g = 6,3476 \text{ N.kg}^{-1}$ soit $g = 6,3476/2 = 3,17 \text{ N.kg}^{-1}$ -> c'est pas extraordinaire ...

VALIDER



Un château d'eau est un grand réservoir d'eau surélevé qui permet l'alimentation de la population en eau potable. La figure ci-dessous schématise un gratte-ciel de hauteur $H = 150 \text{ m}$. On considère 3 robinets de section de sortie $s = 11 \text{ mm}^2$ à 3 étages.



On ouvre le robinet B, C et D restent fermés. On voudrait remplir un seau de volume $5,0 \text{ L}$ d'eau en 10 s . Quelle doit être la valeur de la hauteur h ?

$$D_V = V/\Delta t = 5,0/10 = 0,5 \text{ L.s}^{-1} = 5 \times 10^{-4} \text{ m}^3.\text{s}^{-1}$$

$$v_B = D_V/s = 5 \times 10^{-4} / (11 \times 10^{-6}) = 45 \text{ m.s}^{-1}$$

$$v_B^2 = 2g(H - h)$$

$$\text{donc } h = H - \frac{v_B^2}{2g} = 150 - \frac{45^2}{2 \times 9,81} = 45 \text{ m}$$

Et si on ferme les robinets B et C, l'eau va-t-elle couler au robinet D ? Appliquer la relation de Bernoulli pour le vérifier.

$$\cancel{\frac{\rho v_A^2}{2}} + \cancel{\rho g z_A} + \cancel{p_A} = \cancel{\frac{\rho v_D^2}{2}} + \cancel{\rho g z_D} + \cancel{p_D}$$

$$gz_A = \frac{v_D^2}{2} + gz_D$$

$$g(H - h) = \frac{v_D^2}{2} + gH$$

$$v_D^2 = -2gh < 0 \text{ impossible donc pas d'écoulement}$$

Objectifs de l'activité	 Trop facile	 Avec une petite aide	 SOS ...
✚ Expliquer qualitativement l'origine de la poussée d'Archimède.			
✚ Utiliser l'expression vectorielle de la poussée d'Archimède.			
✚ <i>Mettre en œuvre un dispositif permettant de tester ou d'exploiter l'expression de la poussée d'Archimède.</i>			
✚ Exploiter la conservation du débit volumique pour déterminer la vitesse d'un fluide incompressible			
✚ Exploiter la relation de Bernoulli, celle-ci étant fournie, pour étudier qualitativement puis quantitativement l'écoulement d'un fluide incompressible en régime permanent.			
✚ <i>Mettre en œuvre un dispositif expérimental pour étudier l'écoulement permanent d'un fluide et pour tester la relation de Bernoulli.</i>			